



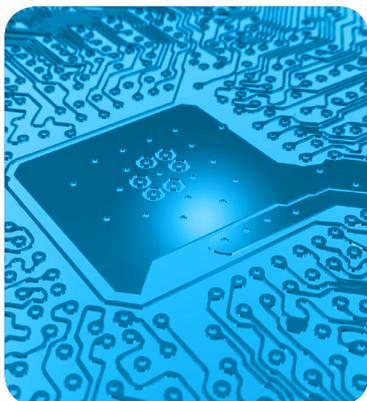
# MÁSTERES de la UAM

Facultad de Formación  
de Profesorado  
y Educación / 14-15

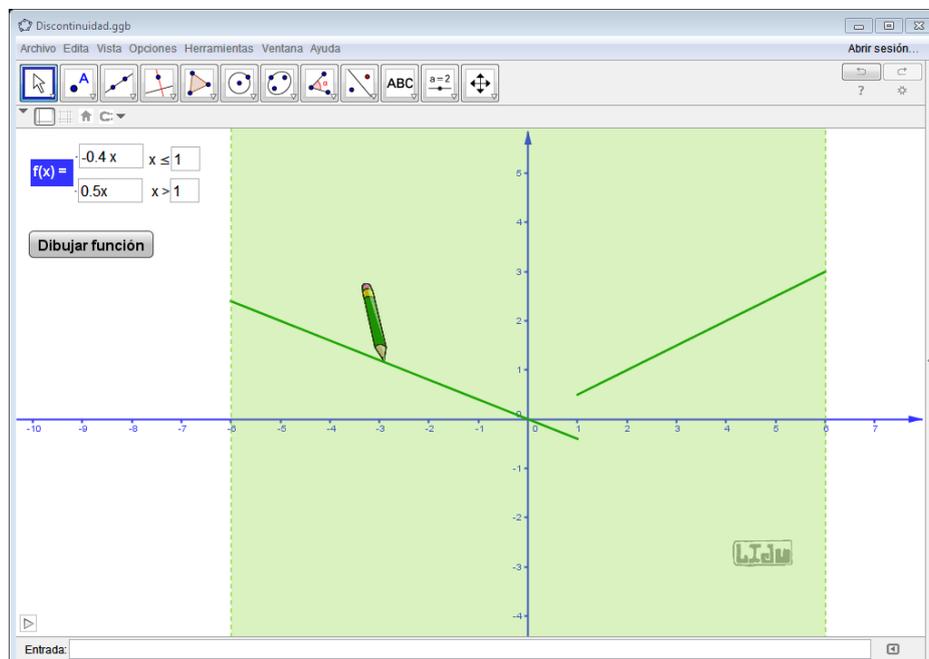
Formación de Profesorado  
de Educación Secundaria  
Obligatoria y Bachillerato  
(Matemáticas)



**Integración progresiva  
de GeoGebra en  
el aula de secundaria**  
*Liduvina Gómez Adell*



**Trabajo de Fin de Máster  
Curso: 2014/2015**



**“Integración progresiva de GeoGebra  
en el aula de secundaria”**

**Autor:** Liduvina Gómez Adell  
**Tutor:** Adolfo Quirós Gracián



*“GeoGebra es un programa pensado para el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, intuitivo, fácil de usar, de estética cuidada, con grandes posibilidades pedagógicas y en continuo desarrollo. Para el profesorado y el alumnado de educación secundaria puede ser más que un recurso. Puede ser una gozada.”*  
(Losada Liste, 2007)

## **Agradecimientos**

Quiero dar la gracias a Isabel Sadornil, mi tutora de las prácticas del máster en el I.E.S Marqués de Santillana, por haberme descubierto el maravilloso mundo de GeoGebra y a Adolfo Quirós, tutor de la UAM, por haber aceptado la propuesta de la presente Trabajo de Fin de Máster<sup>1</sup> y haber sido mi guía durante su desarrollo.

---

<sup>1</sup> En adelante, TFM



## Contenido

<b>Consideraciones previas .....</b>	<b>3</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>3</b>
<b>Contextualización.....</b>	<b>4</b>
Marco legal y educativo .....	4
Marco de desarrollo y aplicación .....	5
<b>Antecedentes y potencial educativo de GeoGebra .....</b>	<b>6</b>
Proyectos existentes, artículos, investigaciones, etc.....	6
Actividad docente durante las prácticas .....	10
<b>Justificación y descripción del reto .....</b>	<b>19</b>
<b>Contribución al desarrollo de las competencias básicas .....</b>	<b>21</b>
<b>Objetivos.....</b>	<b>23</b>
<b>Metodología .....</b>	<b>24</b>
<b>Contenidos .....</b>	<b>25</b>
<b>Actividades .....</b>	<b>26</b>
Secuencia de actividades .....	27
Fichas de actividades .....	28
• 1º ESO .....	28
• 2º ESO .....	32
• 3º ESO .....	36
• 4º ESO .....	40
<b>Evaluación .....</b>	<b>44</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>44</b>
<b>Referencias .....</b>	<b>46</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>47</b>
Anexo I: Guiones de actividades .....	47
Anexo II: Página web del proyecto .....	51



## Consideraciones previas

El presente TFM correspondiente al Máster Universitario en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato<sup>1</sup> de la Universidad Autónoma de Madrid está redactado en masculino genérico.

Los programas y applets de GeoGebra diseñados para este proyecto se han subido a un canal personal creado a tal efecto en <http://tube.geogebra.org/lidu>. En la descripción de cada actividad se pueden encontrar instrucciones de uso para los profesores que vayan a utilizarlos. Estos podrán descargar los archivos en formato ggb o acceder a las aplicaciones sin tener instalado el programa.

## Introducción

A estas alturas no se puede negar que la tecnología domina la sociedad actual. Una de mis amigas comentaba el otro día, entre risas, que su hijo de 5 años había cogido un queso en el supermercado y deslizaba el dedo por la etiqueta con la intención de obtener algún tipo de respuesta. Esto no deja de ser una anécdota hasta que pensamos que, en unos pocos años, este niño será nuestro alumno en el aula de secundaria.

Sin embargo, no tenemos que dejar pasar 7 años y basta con echar un vistazo a nuestro alrededor para ver que la sociedad ha cambiado. A la comunidad educativa se le presenta el difícil reto de adaptarse a ese cambio que, entre otras cosas, ha supuesto la consecución por parte de nuestros alumnos de nuevas habilidades y conocimientos que debemos comprender para poder utilizarlos con el fin de mejorar los procesos de aprendizaje.

Actualmente encontramos en nuestras aulas una generación de alumnos multitarea, con una característica cada vez más común: les cuesta mantener la atención durante una actividad prolongada, especialmente si son agentes pasivos en su desarrollo. Si unimos a esto el hecho de que están acostumbrados a utilizar dispositivos móviles, parece natural plantearnos integrar actividades interactivas a través de las nuevas tecnologías en el desarrollo de nuestro currículo.

Afortunadamente, hace años que personas que saben de programación trabajan en el diseño de herramientas educativas que pueden cubrir nuestras necesidades de innovación. Concretamente en el área de las Matemáticas encontramos una extensa variedad de recursos a nuestro alcance. Existen proyectos y estudios que prueban que la actitud del alumno mejora a la hora de enfrentarse a las Matemáticas cuando utilizamos las nuevas tecnologías y, en particular, GeoGebra. Estos recursos didácticos nos ayudan desarrollar las competencias básicas sin dejar de lado el contenido matemático, adaptándonos al ritmo de trabajo de cada alumno.

Nuestro siguiente paso, como docentes, debe ser abrir la mente, perder el miedo a nuevas metodologías y aprender a aprender a la vez que nuestros alumnos. El reto está en buscar una forma eficiente de introducir estas herramientas en el aula. En este TFM se desarrolla una propuesta didáctica encaminada hacia la consecución de estas metas presentada como un proyecto para desarrollar con GeoGebra parte del contenido de un bloque del currículo de Matemáticas, de la rama de CCSS, durante los 4 cursos de la etapa.

---

<sup>1</sup> En adelante, MESOB

## Contextualización

Vamos a realizar una breve descripción del contexto desde y para el cuál ha sido diseñado el contenido de este trabajo.

### Marco legal y educativo

Desde la entrada en vigor de la Ley Orgánica de Educación de 2006<sup>1</sup>, la comunidad educativa se encuentra ante el difícil reto de llevar a cabo un cambio de modelo. Hasta ese momento primaba la adquisición de contenidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pero la introducción de las competencias básicas y el trabajo para su desarrollo como objetivo principal han hecho necesario un replanteamiento del sistema educativo.

El artículo 6.2 de la LOE determina que es competencia del Gobierno fijar los contenidos mínimos de cada una de las enseñanzas, sin embargo el apartado 4 del mismo artículo precisa que serán las Administraciones educativas competentes las que establezcan los currículos de las distintas enseñanzas reguladas en dicha Ley.

El currículo de la Educación Secundaria Obligatoria<sup>2</sup> para la Comunidad de Madrid se establece en el Decreto 23/2007, publicado en el Boletín Oficial de la Comunidad de Madrid el 29 de Mayo. En él, para cada una de las materias, encontramos una introducción con orientaciones específicas de carácter metodológico y su contribución a la adquisición de las competencias básicas, los objetivos que deben ser alcanzados por los alumnos, los contenidos de los cursos que se imparten y los criterios de evaluación, que precisan el alcance de los contenidos y permiten valorar su grado de adquisición por los alumnos.

Cada centro docente es el encargado de adaptar dicho currículo a las características de su alumnado, para su incorporación al proyecto educativo, elaborando las programaciones didácticas de cada departamento donde que establecen las pautas comunes a seguir en el desarrollo de la actividad docente de cada área en el centro.

A pesar de encontrarnos a las puertas de un cambio legislativo con la inminente aplicación de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre para la Mejora de la Calidad Educativa que modifica la LOE, se ha decidido redactar el presente TFM en términos de la LOE por ser la ley vigente en el momento de su elaboración. Más concretamente, en general, se aludirá al currículo de la Comunidad de Madrid, por ser en la que se encuentra el centro tomado como referencia a la hora de desarrollar su contenido. Esta elección no influye demasiado en la propuesta didáctica, que se podrá adaptar fácilmente en el momento que se produzca definitivamente el cambio legislativo.

En lo que al MESOB se refiere, se ha pretendido presentar una propuesta de Innovación Educativa en el ámbito de la docencia en la ESO y contextualizada en el IES donde se han realizado las prácticas del máster.

---

<sup>1</sup> En adelante , LOE

<sup>2</sup> En adelante, ESO

## Marco de desarrollo y aplicación

La propuesta didáctica que se desarrolla en este TFM ha sido diseñada, en parte, tomando como referencia los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de las sesiones teóricas del MESOB y la información obtenida durante la realización de las prácticas en el IES Marqués de Santillana (Colmenar Viejo) bajo la tutela en el centro de Isabel Sadornil y el apoyo desde la UAM de Adolfo Quirós. La práctica docente llevada a cabo durante este periodo de prácticas y el análisis de los resultados obtenidos, se encuentran detallados en el apartado siguiente. Para obtener detalles sobre el instituto, se puede visitar su página web a través del enlace <http://www.iesmarquesdesantillana.org>.

La mencionada propuesta está adaptada al proyecto educativo del centro, a la programación didáctica del departamento de Matemáticas, a las características del alumnado y a los recursos con los que se puede contar. Además se han tenido en cuenta otros puntos fuertes y débiles del instituto en relación con la naturaleza del proyecto presentado. Resumimos a continuación dicha información.

### ■ Ventajas

- ✓ Como hemos visto en el apartado anterior, en la Comunidad de Madrid, son los propios centros los encargados de definir las actividades a realizar en el aula.
- ✓ Tal y como aparece en su proyecto educativo: *“el centro está comprometido con el desarrollo integral del alumnado, que combina la tradición y la innovación permanente para dar un servicio de calidad, con el fin de responder a las necesidades educativas que el alumnado se ha de encontrar en su futuro tanto en el mundo laboral como en la formación profesional y/o universitaria”* (Documentación propia del IES Marqués de Santillana)
- ✓ El IES Marqués de Santillana cuenta con un Proyecto Propio de ESO, autorizado por la Comunidad de Madrid, con el que se refuerzan los Idiomas y la enseñanza de las Ciencias.
- ✓ Existe una buena comunicación entre el centro y las familias de los alumnos.
- ✓ En el departamento de Matemáticas encontramos profesorado voluntarioso, preparado y variado. Existe un buen ambiente de trabajo y espíritu de cooperación entre sus miembros.
- ✓ El centro dispone de una página web que se usa con asiduidad.
- ✓ El perfil de los alumnos es bastante homogéneo a pesar de encontrarnos en un entorno donde conviven alumnos de diferentes nacionalidades y culturas. No es un centro conflictivo y el nivel socioeconómico es medio.

### ■ Inconvenientes

- ✓ Actualmente la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico es decisión de cada uno de los profesores, sin que existan unas pautas comunes en el departamento incluidas en la programación, con lo cual no hay continuidad y no todos los grupos tienen las mismas oportunidades.
- ✓ Las aulas de informática están muy solicitadas y para su uso los alumnos deben desplazarse de un edificio a otro con la consiguiente pérdida de tiempo.
- ✓ Debido a los recortes sufridos, los grupos son numerosos.

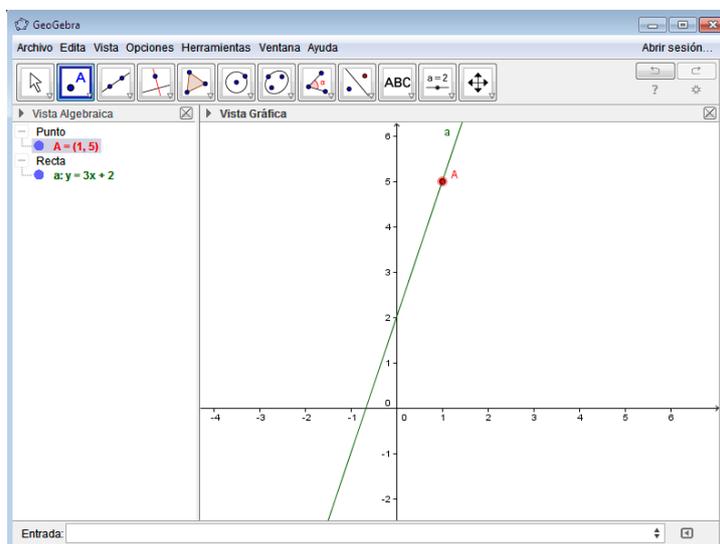
## Antecedentes y potencial educativo de GeoGebra

El contenido principal del TFM es la propuesta didáctica y no una propuesta de investigación. Sin embargo, era necesario llevar a cabo una recogida de datos que justificara el trabajo a realizar y esto se ha hecho situando el foco en el potencial educativo de las nuevas tecnologías en general, y de GeoGebra en particular, y en el uso que se hace actualmente de estas herramientas en los centros educativos.

### Proyectos existentes, artículos, investigaciones, etc.

Antes de nada, por si alguien todavía no lo conoce, veremos brevemente qué es GeoGebra y cuáles son las grandes ventajas que presenta para su aplicación en el aula de Matemáticas. Esta información aparece muy bien resumida en la página web “Iniciación al GeoGebra” diseñada por Maite González (<https://sites.google.com/site/geogebra1112/>). Destacamos algunos puntos:

- GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas para educación en todos sus niveles. Combina dinámicamente, geometría, álgebra, análisis y estadística en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente.
- Es un programa gratuito, fácil de aprender, con una interfaz muy intuitiva y una versión en castellano.
- Su principal virtud para el aprendizaje de las Matemáticas es la doble percepción de los objetos, ya que cada uno de ellos tiene dos representaciones: vista geométrica a la derecha y vista algebraica en la ventana de la izquierda. Ambas representaciones están dinámicamente vinculadas, es decir, lo que se modifica en la zona gráfica verá corregida su expresión algebraica y viceversa. Esta característica es la que da nombre al programa **GEO**metría + **al**GEBRA.



- Además el programa permite abordar el estudio de las Matemáticas a través de la manipulación y la experimentación a partir de construcciones dinámicas que permiten deducir resultados a través de la observación directa.
- Con las herramientas de protocolo de construcción es muy fácil comprender los pasos que se han seguido en el diseño de cada actividad y la facilidad de exportar ficheros HTML resulta muy útil a la hora de insertarlas en una página web.

Obviamente no se pretende descubrir aquí GeoGebra puesto que es una herramienta muy popular, utilizada en multitud de centros y con un gran número de proyectos en marcha. Existe una amplia comunidad educativa alrededor de este software creado con fines didácticos y, de hecho, GeoGebra dispone de un canal propio para compartir recursos (<http://tube.geogebra.org>) y una página web donde recopilan toda la información relevante publicada sobre su organización (<https://wiki.geogebra.org/es/Publicaciones>).



Una muestra de su expansión es la creación en los últimos años de diferentes institutos de GeoGebra a lo largo de toda la geografía española, como es el caso del Instituto de GeoGebra de Madrid (<http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/IGM/IGM>).

Podemos encontrar tutoriales y cursos online para aprender a utilizar el programa por nuestra cuenta como el del Ministerio de Educación que encontramos en la siguiente página web <http://geogebra.es/cvg/index.html>.

Sin lugar a duda, la mayor dificultad encontrada a la hora de elaborar este trabajo ha sido la de realizar una selección entre la inmensa cantidad de material editado: recursos, artículos, investigaciones, proyectos, páginas web, etc. Se ha intentado presentar una muestra que incluyera variedad de formatos y eligiendo materiales con un mayor interés por su contenido y con una mayor fiabilidad por estar editados en revistas especializadas y páginas web educativas y/u oficiales.

Empezamos comentando la tesis doctoral “Evolución de actitudes y competencias Matemáticas en estudiantes de Secundaria al introducir GeoGebra en el aula” de M<sup>a</sup> del Mar García López, presentada en la Universidad de Almería en 2011, porque es el trabajo más completo encontrado, y en él se repasa gran parte de lo editado sobre el tema hasta el momento de su publicación.

Esta tesis parte de la conjetura de que “*se puede diseñar, poner en práctica y evaluar una secuencia de enseñanza basada en el uso de GeoGebra que promueva una transformación positiva de las actitudes relacionadas con las Matemáticas y un desarrollo de las competencias Matemáticas de los estudiantes de secundaria. El uso de GeoGebra potenciará en mayor grado determinadas actitudes y competencias. Ciertas características y atributos del software guardarán relación directa con las transformaciones provocadas en determinadas actitudes y competencias de los estudiantes.*” (García López, 2011)

Las conclusiones de su trabajo reflejan que tanto la competencia matemática como la actitud de los alumnos mejoran con el uso de GeoGebra, en unas condiciones concretas, y que esta mejora se debe en parte a las características del propio programa.

Respecto a la actitud hacia las Matemáticas, la tesis concluye que en la mayoría de los estudiantes se mostró una transformación positiva gracias al trabajo con GeoGebra y que el trabajo con ordenadores motiva a los estudiantes para trabajar más en Matemáticas haciéndoles disfrutar más la asignatura.

En cuanto a los atributos de GeoGebra, los que aparecen en dichas conclusiones como los más influyentes para la mejora de la componente cognitiva son la constructividad y la interactividad dado que la posibilidad de construir y tener actividad en todo momento, unido a la retroalimentación que ofrece el programa tras cada acción realizada por el alumno, refuerza el bajo auto concepto que mostraban muchos de los alumnos y aumenta la confianza en sus posibilidades a la hora de afrontar con éxito la resolución de problemas.

En las conclusiones de la tesis también encontramos que una serie de capacidades del alumno se ven reforzadas por las características propias del software. En el caso de la constructividad de GeoGebra, la autora argumenta que fomentó una mayor perseverancia y autonomía de los estudiantes, mientras que la interactividad y retroalimentación inmediata contribuyeron a la flexibilidad de pensamiento y sistematización, la facilidad de uso y la rapidez de respuesta de GeoGebra animaron a los alumnos en la búsqueda de distintas estrategias de resolución influyendo en actitudes como la creatividad y flexibilidad de pensamiento, demostrando mayor precisión y rigor. Además, la precisión con que GeoGebra ejecuta las acciones contribuyó a mejorar actitudes como espíritu crítico, que les ayuda a tomar conciencia de sus errores, lo que a la vez reduce el esfuerzo y tiempo para realizar las tareas. La navegabilidad tuvo efecto en la mejora del trabajo autónomo dejando a los alumnos explorar sus ideas de modo libre y flexible y la interfaz contribuyó a mejorar la visualización de los errores cometidos.

En la misma tesis, la autora explica que anteriormente había colaborado en un estudio (García López & Romero Albaladejo, 2009) que tenía, entre otros, el propósito de explorar la potencialidad del uso de TIC: Internet, software educativo, etc. en las aulas.

En dicho estudio comprobaron que las funciones atribuidas a las tecnologías en la obra “Diseño y desarrollo curricular” (Zabalza Beraza, 1987) se pusieron de manifiesto en el aula. Estas eran:

- ✓ Función innovadora. Permite el diseño de nuevas y novedosas actividades ya que cambia la interacción sujeto-aprendizaje.
- ✓ Función motivadora. Estimulan la participación del alumnado acercando el aprendizaje de la materia al mundo real.
- ✓ Función estructuradora. Nos llevan a conocer mejor determinados contenidos, mostrándonos de forma diferente (efecto visual) la realidad. Mejoran los aprendizajes al dotarlos de sentido.
- ✓ Función de relación alumno-conocimientos. El tipo de medio condiciona el tipo de operación mental que la persona va a desarrollar en el manejo del medio y en el procesamiento de la información que el medio transmite.
- ✓ Función solicitadora u operativa del aprendizaje. Facilitan y organizan las acciones instructivas, incluyendo no sólo el contacto con los contenidos presentados a través del medio, sino el contacto con el propio medio.

- ✓ Función formativa global. Ayuda a transmitir valores educativos y actitudes como cooperación, implicación emocional, intensidad de esfuerzo exigido, etc.

Además encontraron otras ventajas:

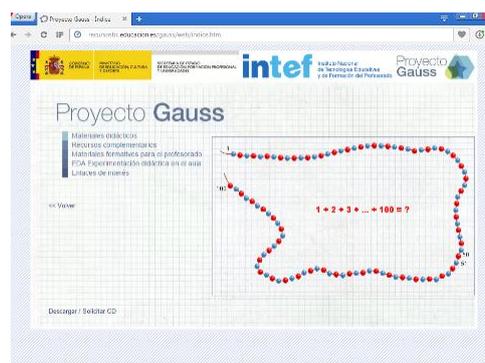
- ✓ Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- ✓ Interacción entre el alumno y la máquina.
- ✓ Posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- ✓ Posibilidad de crear micro mundos que le permiten explorar y conjeturar.
- ✓ Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- ✓ Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- ✓ A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el alumno puede aprender de sus errores.

En cuanto al uso de las nuevas tecnologías en general y en relación con el aprendizaje de las Matemáticas se añaden a continuación un par de citas por su cercanía a los objetivos de la propuesta didáctica.

*“Las herramientas informáticas con que se cuenta en la actualidad sin duda suponen una excelente ayuda para los docentes. Por ejemplo, permiten ilustrar gráficamente la variación del comportamiento de algún objeto geométrico cuando se recorren los valores de cierto parámetro (algo que siempre acaba en un dibujo ininteligible cuando uno trata de hacerlo en la pizarra)”* (Morante & Vallejo, 2011)

*“El propósito de estas aplicaciones es intentar que incidan de forma directa en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en el aula, aunque debemos tener en cuenta que la utilización de estas herramientas debe ir acompañada de un cambio de metodología en la que los alumnos sean partícipes del propio proyecto”* (Real Pérez, 2009)

Para terminar mencionaremos algunos proyectos existentes. Uno de los más conocidos es el Proyecto Gauss, diseñado por el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de formación de profesorado, que brinda al profesorado varios centenares de ítems didácticos y de applets de GeoGebra, que cubren todos los contenidos de Matemáticas de Primaria y de Secundaria. (<http://recursostic.educacion.es/gauss/web/indice.htm>)



Dentro del Proyecto Medusa, desarrollado por el Gobierno de Canarias, encontramos un Taller de GeoGebra donde existe un grupo de trabajo para el intercambio de recursos (<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/4/Medusa/GCMWEB/Code/Recursos/DetalleRecurso.aspx?IdNodo=1061>).



A modo de ejemplo de recursos que encontramos en páginas web de centros de secundaria, proponemos la del IES Rafael Puga Ramón de Galicia en la cual encontramos el siguiente enlace a materiales de elaboración propia.

[http://www.iespugaramon.com/ies-puga-ramon/resources/explorando\\_funciones\\_con\\_geogebra1304680623831.pdf](http://www.iespugaramon.com/ies-puga-ramon/resources/explorando_funciones_con_geogebra1304680623831.pdf)

## Actividad docente durante las prácticas<sup>1</sup>

Tengo que decir que no conocía GeoGebra hasta que acudí al centro para realizar las prácticas del módulo genérico del MESOB. Durante esos primeros días de toma de contacto, observé como mi tutora, Isabel Sadornil, utilizaba este programa tanto en los grupos de Matemáticas como en un grupo de Informática de 1º de Bachillerato del régimen nocturno. A raíz de este breve contacto fui yo la que propuso el tema del presente TFM con intención de investigar sobre las posibilidades que este software nos ofrece, sobre todo orientada a dotar de continuidad al currículo de Matemáticas a lo largo de la etapa. El hecho de contar con el visto bueno previo y la experiencia de mi tutora ha facilitado mucho la elaboración de este trabajo.

Isabel se mostró muy dispuesta a adaptar sus clases a mi presencia en el aula y a mis objetivos personales. Juntas programamos actividades que además de permitir realizar mi práctica docente, sirvieran para la recogida de información de cara a la elaboración del TFM. Esto implicó diseñar con GeoGebra actividades para diferentes grupos y niveles, buscando distintos objetivos y utilizando diversas metodologías.

### ■ Perfil del alumnado

Llevé a cabo la práctica docente en grupos de Ciencias Sociales<sup>2</sup> de diferentes niveles y regímenes educativos.

Por un lado, los grupos de Matemáticas de Isabel abarcaban desde 4º de ESO a 2º de Bachillerato. Esto corresponde a alumnos de 15 a 17 años y el hecho de que pertenezcan a la rama de CCSS supone una adaptación de las actividades a realizar, ya que nos encontramos con un perfil mayoritario de alumnado al que o no le gusta la asignatura, o le cuesta ver y entender los contenidos, o ambas cosas. La idea desde el principio fue diseñar actividades complementarias para completar o reforzar los contenidos vistos en clase.

El grupo de Informática fue especialmente interesante porque, como la distribución del bachillerato nocturno en primero no tiene Matemáticas, mi tutora intenta dotar de contenido matemático a las prácticas realizadas en este grupo para que los alumnos no estén un año sin tener contacto con la asignatura, aunque sea de manera muy guiada e indirecta. Esto me permitió ver trabajar contenidos matemáticos desde otras áreas y conectarlos con la vida real.

<sup>1</sup> Este apartado está redactado en primera persona porque es un extracto de la memoria elaborada tras la fase específica de las prácticas del MESOB

<sup>2</sup> En adelante, CCSS

## ■ Actividades realizadas

Voy a describir brevemente algunas de las actividades programadas, diseñadas y/o desarrolladas por mí durante el período de prácticas con cada uno de los grupos, detallando los objetivos, metodología, temporalización, contenidos y evaluación específicos para cada una, y desarrollando un ejemplo de cada tipo de sesión.

### *Sesiones de repaso para la Prueba de Acceso a la Universidad<sup>1</sup>*

#### ○ **Objetivos específicos de esta actividad:**

- ✓ Reforzar los contenidos y procedimientos estudiados durante el curso y solventar las posibles dudas, para la mejora de los resultados en las pruebas objetivas.
- ✓ Hacer un seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje y recoger información para la elaboración del TFM.

#### ○ **Desarrollo:** Estas sesiones han tenido una estructura similar marcada por mi tutora:

- 1) Resolución de un ejemplo (en algunos casos, mediante el uso de GeoGebra).
- 2) Repaso de teoría y elaboración de un esquema.
- 3) Propuesta de problemas, en la mayoría de los casos, de la PAU de años anteriores.

#### ○ **Metodología:** En estas sesiones la metodología consiste en un proceso muy dirigido por el profesor al principio, fomentando la participación activa del alumno a base de preguntas de seguimiento y resolución de problemas planteados, desde el sitio o en la pizarra, según avanza la misma.

#### ○ **Temporalización y contenidos:** Fueron sesiones de 55 minutos de duración con los siguientes contenidos:

- ✓ Programación Lineal.
- ✓ Discusión de sistemas: Métodos de Cramer y Gauss

#### ○ **Evaluación:** El desarrollo de las sesiones fue bueno porque los alumnos estaban muy interesados en este tipo de actividades debido a la cercanía de los exámenes finales. También se nota la edad de los participantes y una diferencia de ritmo de trabajo considerable entre los diferentes turnos (diurno y nocturno). La consecución de los objetivos no puede hacerse a corto plazo. El feedback de la actividad viene dado por las preguntas realizadas por los alumnos durante el desarrollo de la misma.

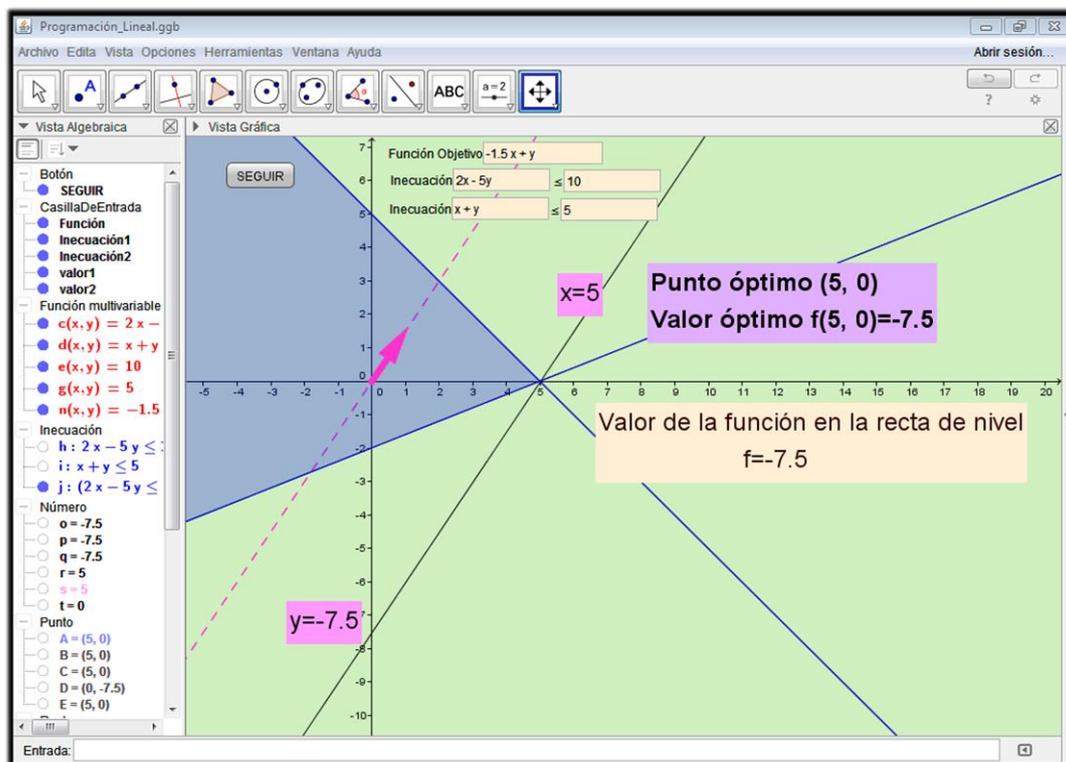
#### ○ **Ejemplo:** Desarrollo de la primera de estas sesiones. Hay que tener en cuenta que la simulación preparada sirve para los ejemplos que se iban a estudiar, no para todos.

---

<sup>1</sup> En adelante, PAU

## Programación Lineal

- 1) Resolución de un ejemplo utilizando GeoGebra para visualizar las curvas de nivel para un espacio factible abierto, cambiando los signos de los coeficientes de  $x$  y  $y$  en la función objetivo y estudiar según ellos si el punto obtenido es máximo o mínimo.



Pincha en los enlaces (junto al icono de GeoGebra) para ver las simulaciones utilizadas.



[Programación lineal](#)

Se puede descargar en archivo .ggb desde <http://tube.geogebra.org/material/show/id/1269225>

- 2) Resumen de los pasos para la resolución de problemas de programación lineal en recintos cerrados (estudiando los valores de la función objetivos en los vértices del recinto) y abiertos (método gráfico explicado en el ejemplo).

- 3) Resolución del siguiente problema:

Sean  $T = \{(x, y) | y + 3x \geq 6, y + 1 \leq 0, 8x - 3y \leq 67\}$  y  $f(x, y) = 3y - 8x$ .

- a) Representa gráficamente la región  $T$

b) Calcula el valor máximo y mínimo, si existen, de la función  $f(x, y)$  en  $T$ , indicando en qué puntos se alcanzan.

c) Representa gráficamente la región  $S = \{(x, y) | y + 3x \geq 6, y + 1 \leq 0\}$  y calcula los valores máximo y mínimo, si existen, de la función  $f(x, y)$  en  $S$  indicando en qué puntos se alcanzan.

### *Sesiones con el grupo de Informática*

En algunos casos diseñé el guion de la práctica, utilizando las herramientas para mostrar los protocolos de construcción que ofrece el programa GeoGebra y reutilizando materiales diseñados para otras actividades con otros grupos.

○ **Objetivos específicos de esta actividad:**

- ✓ Fomentar buenas prácticas en el manejo de ordenadores y programas informáticos.
- ✓ Utilizar GeoGebra para mantener el contacto con las Matemáticas durante el primer curso de Bachillerato del régimen nocturno, donde no aparecen en el currículo, para que los alumnos tengan cierta base para el curso siguiente.
- ✓ Hacer un seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje y recoger información para la elaboración del TFM.

○ **Desarrollo:** Estas sesiones consistieron en el desarrollo por parte de los alumnos de una práctica Informática, muy estructurada. Al final de la sesión los alumnos mandaban por correo electrónico el resultado de la misma.

○ **Metodología:** Estas sesiones tuvieron un carácter práctico donde cada alumno avanza según sus capacidades y el profesor ayuda mediante la resolución de dudas. Se intentó realizar un seguimiento del trabajo en clase porque en algunos casos se equivocan a la hora de guardar los archivos o al enviarlos. En este grupo trabajamos utilizando diferentes formas de organización mediante la realización de trabajos individuales y en grupo.

Se trataba de tocar contenidos que entraran en los siguientes cursos, pero también utilizar las Matemáticas para realizar composiciones dinámicas, como felicitaciones de navidad, o para describir la construcción de la perpendicular a una recta que pasa por un determinado punto, utilizando lápiz y escuadra.



[Felicitación](#)



[Perpendicular](#)

- **Temporalización y contenidos:** Fueron sesiones de 1 hora y 50 minutos (lunes) o de 55 minutos (miércoles), con diferentes contenidos.
- **Evaluación:** El nivel y perfil de los alumnos de este grupo era muy variado y este modelo de metodología resultaba muy apropiado. Había una gran colaboración entre ellos y las actividades se llevaron a cabo en un ambiente tranquilo. La evaluación de los alumnos se realizó en función de los puntos de la práctica que llegaron a desarrollar. Me resultó fácil calificar las prácticas porque, en general, estaban bastante bien.
- **Ejemplo:** Guion elaborado a partir de la simulación diseñada para la actividad de programación lineal presentada anteriormente.

### Optimización

Se trata de optimizar una función objetivo  $f(x,y) = -1,5x + y$  en un recinto determinado por las dos inecuaciones  $2x - 5y \leq 10$  y  $x + y \leq 5$

1. Dibuja el recinto:

- Rectas a y b. Grosor 3, color azul y estilo de trazo normal
- Barra de entrada  $a: 2x - 5y = 10$   
 $b: x + y = 5$
- Inecuaciones g y h.
- Barra de entrada  $g: 2x - 5y \leq 10$   
 $h: x + y \leq 5$
- Ocultar g y h.

- Recinto j. Opacidad 25%, color azul.
- Inecuación  $f: g(x,y) \wedge h(x,y)$

2. Dibuja la función objetivo f:

- Barra de entrada  $n(x,y) = -1,5x + y$   
 $f: n(x,y) = 0$ . Grosor 3, Color rojo, Estilo -----  
 $u: 2VectorUnitario[f]$ . Grosor 13, Color rojo.
- Casilla de entrada *Rótulo: Función*  
*Objeto vinculado n(x,y)*  
*Color de fondo, verde*  
*Color de primer plano, negro*  
*Longitud de entrada 8*  
*Fijar objeto: NO*  
*Colocar en la esquina superior derecha*

3. Dibuja las curvas de nivel de f en el recinto

- Deslizador s: [-10,10] e incremento 0,1. Incrementando. Oculta s.
- Punto A = (s, bk(s)). Color rojo. Tamaño 3.
- Recta k que pasa por A y paralela a f. Color gris. Grosor 1,5. Estilo normal.
- Punto B Intersección de a y recta k. Oculta B.
- Punto C Intersección de a y b. Oculta C.
- Variable Boleana l = (Distancia[A, B] > 0,5)
- Programa de guión en l: Escribe en A1 actualizar

IniciaAnimación[s, l]

Cuando se cumpla la condición y l sea verdadera, se moverá el deslizador

- Variable Boleana m = (EstáEnRegión[A, j] V EstáEnRegión[B, j])

Programa de guión en m: Escribe en A1 actualizar

Rastro [k, m]

Cuando se cumpla la condición, estemos en el recinto y por tanto m sea verdadera, se dibujará la curva de nivel

- Botón: Rótulo Continúa
- Guión: Escribe en A1 hacer clic
- IniciaAnimación [s]

4. Analiza la función objetivo

- Número p = n(C)
- Texto texto1
- Texto: "Punto óptimo  =
- Valor óptimo  $f(C) = 0$
- Los objetos insertados en el texto aparecerán recuadrados
- Color de fondo: Amarillo, Color primer plano: Azul, Texto grande y en negrita

- Número o = n(A)
- Texto texto2
- Texto: "Valor de la función en la recta de nivel  $f = 0$ "
- Color de fondo: Naranja, Color primer plano: Negro, Texto mediano y en negrita
- Condición para mostrar el objeto:  $m \equiv 1$
- Se mostrará el texto cuando se cumpla la condición m

- Punto D. Intersección de k y Eje Y. Oculta D.
- Número q = y(D)
- Texto texto3
- Texto: "y =
- Color de fondo: Naranja, Color primer plano: Negro, Texto mediano y en negrita

- Punto E. Intersección de k y Eje X. Oculta E.
- Número r = x(E)
- Texto texto4
- Texto: "x =
- Color de fondo: Naranja, Color primer plano: Negro, Texto mediano y en negrita

5. Comprueba que pasa cuando cambiamos el signo de la función objetivo

En este caso los criterios de evaluación que utilicé fueron los siguientes:

- Establecí valores para cada uno de los puntos a realizar. Obteniendo una nota en función de la cantidad de ellos que se han finalizado. Por ejemplo, terminas los apartados 1 y 2 → 5 puntos, el apartado 3 → hasta 8 puntos, apartado 4 → hasta 10 puntos. Decidí no incluir el apartado 5 en la evaluación porque ninguno había llegado a hacerlo.
- En el caso de que se hubiera cometido algún error, iba quitando alguna décima a la nota obtenida.

Las notas fueron buenas y no hubo ninguna calificación por debajo del 5.

### *Actividades, con apoyo de GeoGebra, realizadas en los grupos de Matemáticas*

Estas actividades se realizaron con dos grupos diferentes, fijando objetivos diferentes, y planteando metodologías diferentes. Podemos codificar la siguiente información con:

- A → grupo de 4º ESO de Ciencias Sociales (diurno)
- B → grupo de 1º Bachillerato de Ciencias Sociales (diurno)

#### ○ **Objetivos específicos de esta actividad:**

- ✓ (A y B) Fomentar buenas prácticas en el manejo de ordenadores y programas informáticos.
- ✓ (A) Aprender a manejar GeoGebra.
- ✓ (A y B) Familiarizarse con GeoGebra y sus posibilidades.
- ✓ (A) Refuerzo en la resolución de ejercicios y en la comprobación de resultados.
- ✓ (B) Introducir conceptos nuevos y procedimientos matemáticos de una forma visual.
- ✓ (A y B) Ayudar a la comprensión de contenidos mediante la visualización de simulaciones.
- ✓ (A y B) Hacer un seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje y recoger información para la elaboración del TFM.

- **Desarrollo:** El desarrollo de estas sesiones variaba en función de la práctica programada. Veremos algunos ejemplos en el apartado correspondiente.

#### ○ **Metodología (desde el punto de vista del alumno):**

- ✓ (A) Activa: el alumno realiza la totalidad de la actividad manejando, en algunos pasos, el ordenador. Estas sesiones se realizan en el aula de Informática. Al final de la misma entregan los resultados que han conseguido.
- ✓ (B) Receptiva: el profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.

- **Temporalización y contenidos:** Sesiones de 55 minutos donde se han trabajaron los siguientes contenidos:

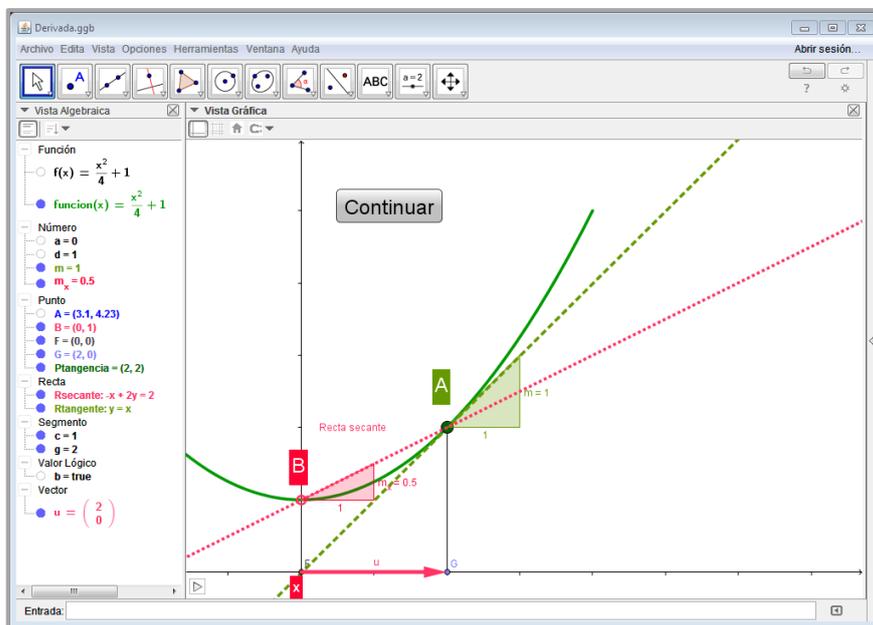
- ✓ (B) Representación de la recta (punto pendiente) y comprobación de resultados con GeoGebra.
- ✓ (A) Aproximación a la derivada desde la recta secante.

- ✓ (B) Representación de funciones discontinuas y comprobación de resultados con GeoGebra.
- ✓ (B) Representación de funciones cuadráticas (parábolas) y comprobación de resultados con GeoGebra.
- ✓ (A) Introducción al estudio y representación de funciones.

○ **Evaluación:**

- ✓ (A) Las sesiones del grupo de 4º ESO se desarrollaron con bastante normalidad. Al tener que entregar los resultados, los alumnos estaban pendientes. Trabajaron cooperativamente y los resultados fueron bastante buenos, aunque eran bastante lentos. Se notaba que no estaban acostumbrados a trabajar Matemáticas con el ordenador y la mayoría no llegó a terminar los ejercicios. Mediante las entregas, pude realizar una evaluación objetiva de la actividad.
- ✓ (B) El grupo de 1º de Bachillerato resultó ser bastante revoltoso, por lo que costó dar buen ritmo a las explicaciones, sin embargo, mostraron interés y participaron realizando preguntas y comentarios. En cuanto a la evaluación de la consecución de objetivos, en estas actividades es complicada ya que no hay un resultado inmediato. Hay que esperar al desarrollo de clases posteriores y a las calificaciones finales para ver si las simulaciones les ayudan a comprender mejor los contenidos.

○ **Ejemplo grupo B:** Simulación de apoyo para explicar la interpretación geométrica de la derivada.



[Derivada](#)

○ **Ejemplo grupo A:** Práctica para introducir el proceso de representación de las funciones cuadráticas.

Nombre: \_\_\_\_\_

**REPRESENTACION DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS. PARÁBOLAS.**

Ecuación explícita	Eje de simetría	Ramas de la parábola
$y = Ax^2 + Bx + C$	$x_0 = \frac{-B}{2A}$	Si $A > 0$ , las ramas van hacia arriba $\rightarrow U$ Si $A < 0$ , las ramas van hacia abajo $\rightarrow \cap$

**Ejemplo**

Representa la parábola  $y = x^2 - 4x + 4$  y comprueba con GeoGebra

- o **Paso 1:** ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola?  $A = 1 > 0$ . Será de la forma...
- o **Paso 2:** Calculamos el vértice  $V=(x_v, y_v)$   
Coordenada  $x_v = \frac{-B}{2A} \rightarrow x_v =$   
Coordenada  $y_v$ : Sustituyo  $x_v$  en la ecuación  $y = x^2 - 4x + 4 \rightarrow y_v =$   
**El vértice estará en  $V = ( , )$**
- o **Paso 3: Corte con los ejes**  
Corte con el eje x:  $y = 0 \rightarrow 0 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2 \rightarrow$  **Punto  $(2, 0)$**   
Corte con el eje y:  $x = 0 \rightarrow y =$
- o **Paso 4: Tabla de valores**

x	1	3
y		

**TU GRÁFICA**

**GEOGEBRA**

- o Escribe en la barra de entrada:  $y = x^2 - 4x + 4$
- o Escribe en la barra de entrada:  $V = (2, 0)$
- o Pincha en el icono Intersección  del desplegable del punto

y pincha sucesivamente en la parábola y en el eje x.

- o Repite el punto anterior pinchando parábola y eje y.

**Ejercicio para entregar**

Representa la parábola  $y = -x^2 + 2x + 3$  y comprueba con GeoGebra

- o **Paso 1:** ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola?
- o **Paso 2:** Calculamos el vértice  $V=(x_v, y_v)$   
Coordenada  $x_v$   
  
Coordenada  $y_v$
- o **Paso 3: Corte con los ejes**  
Corte con el eje x:
- o **Paso 4: Tabla de valores**

x		
y		

**TU GRÁFICA**

**GEOGEBRA**

## ■ Resultados de las actividades realizadas en el centro y conclusiones

A partir de la información obtenida durante la programación y desarrollo de las diferentes actividades elaboré dos clasificaciones de algunas de las posibles actividades y simulaciones realizadas con GeoGebra para el aula de secundaria y bachillerato, intentando resumir las posibles ventajas y desventajas de cada tipo.

La primera clasificación basada en la **participación del alumnado** es la siguiente:

- 1) Participación **receptiva**. En estas actividades es el profesor el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.
- 2) Participación **activa**. Es el alumno el que realiza parte o la totalidad de la actividad manejando el ordenador. En este caso nos encontramos con dos subcategorías:
  2. a **Individual**
  2. b **Grupal**

Desde el punto de vista de los **objetivos que buscamos alcanzar** y teniendo en cuenta que una misma práctica puede perseguir varios de estos objetivos, la segunda clasificación queda de la siguiente manera:

- A. Introducir conceptos y procedimientos matemáticos nuevos de una forma visual.
- B. Comprobar los resultados obtenidos en los ejercicios realizados en clase.
- C. Reforzar los contenidos y procedimientos de resolución de problemas.
- D. Resolver problemas directamente con GeoGebra.
- E. Reforzar el cálculo matemático.
- F. Aprender a manejar GeoGebra fomentando buenas prácticas en el uso de ordenadores y programas informáticos.
- G. Desarrollar simulaciones de aplicaciones de las Matemáticas a la vida diaria.
- H. Investigar sobre funcionalidades concretas de GeoGebra.

A, B, C, D y E corresponden a objetivos de carácter matemático y F, G y H relacionados con las nuevas tecnologías. Se trabajaron más objetivos, pero estos son los que tuve en cuenta a la hora de realizar esta clasificación.

En general, las simulaciones visualmente son muy claras y atractivas, se puede fomentar la creatividad, trabajar con varios ejemplos a la vez con variaciones muy leves en el programa (lo que resulta útil para trabajar contenidos cuya interpretación gráfica habitualmente a los alumnos les cuesta entender), y además a los alumnos les gusta trabajar con el ordenador.

En las actividades de participación activa observé que los alumnos están motivados y existe cooperación entre ellos, incluso en las prácticas individuales. Cada alumno desarrolla la actividad dependiendo de su ritmo de aprendizaje, pero se apoya en el compañero cuando tiene dudas. Si se pide que entreguen algún material es posible ir realizando evaluaciones, aunque en general es difícil hacer un seguimiento de cada alumno durante la sesión. Con estas entregas además se consigue que presten más atención durante las sesiones.

Sin embargo, en las actividades en las que el profesor es el que está al mando del ordenador, al no tener que entregar nada, la evaluación de la consecución de los objetivos es complicada ya que estas actividades muestran resultados a largo plazo. Según mi tutora, en estos casos, los resultados se hacen patentes cuando en los cursos siguientes tienes alumnos de diferentes grupos y unos han trabajado con GeoGebra y otros no.

Con actividades grupales se fomenta el trabajo en equipo y, al tener menos ordenadores funcionando, es posible realizar un mejor seguimiento de la actividad. La elaboración de los grupos debe estar definida de antemano para que los niveles estén equilibrados.

El mayor problema que me encontré durante las prácticas y que motiva mi propuesta didáctica, es que los alumnos llegan a 4º de ESO sin conocimientos previos y se emplea demasiado tiempo en explicar cosas muy básicas, por lo que a veces es necesario saltarse algunas explicaciones y realizar prácticas muy dirigidas para que entienda bien los contenidos matemáticos tratados, aunque en algunos momentos no tengan muy claro lo que están haciendo. Además al no tener práctica con este tipo de programas, los alumnos trabajan despacio y les cuesta entender algunos procesos.

En general, los alumnos lo perciben como algo extraordinario y sin continuidad que no se evalúa o cuenta muy poco.

En otro orden de cosas, vimos que al reutilizar trabajos diseñados por otras personas, o propios de años anteriores, hay que tener cuidado porque GeoGebra está continuamente mejorando y cambiando sus versiones. Nosotras nos encontramos con varios problemas: el primero al reutilizar un guion que Isabel había elaborado antes de que “z” fuera establecido como carácter reservado, y otro a la hora de abrir prácticas que alumnos nos habían mandado por correo electrónico para su evaluación porque, a pesar de haber sido realizadas en el IES, las versiones no coincidían y había partes que no se visualizaban correctamente.

## Justificación y descripción del reto

Analizando la información obtenida se observa que el uso de las nuevas tecnologías en el aula es una realidad en muchos centros y parece que funciona. Es un recurso que potencia y mejora el proceso de aprendizaje de las Matemáticas y la actitud del alumno a la hora de enfrentarse a ellas. Sin embargo aparecen algunos aspectos que son lo que motivan esta propuesta:

- ✓ A pesar de la cantidad de información encontrada, la sensación que deja la “pequeña investigación” realizada es que siempre se tratan contenidos muy concretos en momentos puntuales. Existen simulaciones para todos los niveles pero, en general, no hay continuidad y no se fomenta en el aprendizaje del programa en sí. No hay visión de futuro y no se trata de dotar al alumno de herramientas para continuar utilizando el programa una vez terminada la etapa. No se les enseña a investigar y a analizar los resultados. Tras compartir experiencias con los compañeros del máster parece que, en muchos casos, las actividades que se proponen se realizan para “cubrir el expediente” y no se integran realmente en el desarrollo de los contenidos y competencias. Esto es, en parte, porque no existe un convencimiento de que sea necesario.
- ✓ El uso que se hace de estas herramientas no está estandarizado, ni siquiera dentro de un mismo centro. Existen diferentes tendencias, casi tantas como profesores, donde se puede encontrar desde el docente que considera que no es necesario abandonar los medios

tradicionales, hasta el que lo quiere hacer todo con el ordenador. Para la elaboración de este TFM, nos posicionamos en un punto medio, considerando que adaptar el sistema educativo al actual momento social es absolutamente necesario, pero no podemos olvidar que no todos los estudiantes tienen la misma capacidad para adaptarse a nuevas metodologías y que el proceso educativo de los alumnos no se realiza únicamente en el aula. El entorno del alumno tiene que adaptarse también y no está en general preparado para cambios radicales.

En este punto se plantea la siguiente pregunta: ¿Se puede mejorar en el uso de GeoGebra en el aula de Matemáticas?

La respuesta es un rotundo sí. Se pueden utilizar las estas herramientas didácticas para trabajar mejor el aprendizaje significativo mediante la investigación y el método ensayo-error, contra la tendencia de hacer actividades muy dirigidas. Quizás sea necesario bajar el nivel de las actividades y que no queden tan bonitas, pero de manera que los alumnos entiendan lo que están haciendo y para qué les puede servir en un futuro (relacionándolo con aplicaciones al mundo real). Es decir, además de utilizar GeoGebra para apoyar el proceso de aprendizaje del alumno, se pueden usar las Matemáticas para aprender GeoGebra y ambas para conectar las Matemáticas con la realidad.

Una de las tareas a realizar durante el desarrollo del máster es la elaboración de una unidad didáctica. Durante dicha actividad, se utilizan los libros de texto de la asignatura y se analiza su estructura a lo largo de la etapa. De esta actividad, realizada para el bloque “Funciones” para 4º de la ESO de la rama de CCSS, se sacaron varias conclusiones. Por un lado, dentro de los libros los contenidos están estructurados por bloques independientes que hacen difícil que el alumno relacione las diferentes formas de representación matemática entre sí. Y por otro lado, los contenidos son muy repetitivos y los conceptos se repiten y machacan curso tras curso. Esto último puede fomentar que el alumno pierda interés en la asignatura por no encontrar la motivación que aportan los contenidos novedosos.

Sin embargo, se pueden utilizar las nuevas tecnologías para salvar estos obstáculos y diseñar actividades que ayuden a evitar que los contenidos del currículo resulten tan repetitivos y para conectar los diferentes bloques de contenidos entre sí.

En realidad, se presenta una propuesta quizás no demasiado ambiciosa, pero que pretende ser realista. Se pretende reutilizar todos los recursos que existen y buscar una manera de optimizar los resultados mediante pautas sencillas. Se trata de no empezar la casa por el tejado y empezar a trabajar los conceptos básicos utilizando una secuencia lógica de la misma manera que se hace con el resto de contenidos. Las pautas que se plantean son las siguientes:

- ✓ Proyecto departamental.
- ✓ Nivel accesible en las actividades para poder atender grupos numerosos, partiendo de la suposición de que los alumnos no conocen el programa.
- ✓ Proyecto de etapa con objetivos mínimos alcanzables para todos los grupos.
- ✓ Preparación y soporte para los profesores.
- ✓ Soporte para las familias que quieran o necesiten ayudar a sus hijos con refuerzo escolar.
- ✓ Planificación: reservar las aulas de informática con antelación y, a la hora de elaborar la programación del departamento, dotar de un par de días más para el desarrollo del bloque de contenidos donde vamos a trabajar estas actividades. (Por ejemplo, podemos tener en cuenta esos días que se nos quedan colgados antes de vacaciones).

**PROPUESTA DIDÁCTICA:** Proyecto para desarrollar con GeoGebra parte del contenido de un bloque del currículo de Matemáticas de la rama de CCSS durante los 4 cursos de la etapa, en el que se fijan unos objetivos para 4º de la ESO, se diseñan las actividades que se pretende poder realizar en ese curso y se desglosan en una secuencia de pasos para ir trabajando poco a poco con un desarrollo en cuatro fases:

- 1ª FASE: establecer las competencias que queremos tratar, fijar objetivos generales y criterios de evaluación.
- 2ª FASE: elegir contenidos didácticos a través de los cuales vamos a trabajar y desarrollar actividades para trabajar fijando objetivos y criterios de evaluación específicos.
- 3ª FASE: elaborar una web que recopile los materiales e instrucciones necesarios.
- 4ª FASE: ejecutar del proyecto y evaluar los resultados.

## Contribución al desarrollo de las competencias básicas

### ■ Competencia matemática

Si nos remitimos al apartado correspondiente al currículo de Matemáticas de la ESO para la Comunidad de Madrid que se establece en el Decreto 23/2007 se entiende que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática ya que todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad. Por ello, se considera que la aportación de la propuesta a la adquisición de la competencia matemática queda justificada por encontrarnos dentro del currículo de la asignatura.

Más interesante resulta analizar la contribución a la adquisición del resto de las competencias básicas. Para cada una de ellas vamos a resumir la información presentada en el citado decreto y la aportación que se hace desde la propuesta didáctica.

### ■ Competencia en conocimiento e interacción con el mundo físico

Según el Decreto 23/2007, la discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial contribuye a profundizar la competencia en conocimiento e interacción con el mundo físico. La modelización constituye otro referente en esta misma dirección, ya que elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo.

Contribución de la propuesta: Entre las propuestas existen actividades que relacionan los contenidos tratados con sus posibles aplicaciones en el mundo físico a través de simulaciones.

### ■ **Competencia en tratamiento de la información y competencia digital**

Según el decreto 23/2007, la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes.

Contribución de la propuesta: La integración de la herramienta GeoGebra en la propuesta justifica por sí misma la adquisición de esta competencia.

### ■ **Competencia en comunicación lingüística**

Según el decreto 23/2007, las Matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Adquiere especial importancia la expresión de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayuda a formalizar el pensamiento.

Contribución de la propuesta: En las actividades propuestas, se fomenta el correcto uso del lenguaje matemático e informático, tanto en expresión oral como escrita.

### ■ **Competencia en expresión cultural y artística**

Según el decreto 23/2007, las Matemáticas contribuyen a la competencia en expresión cultural y artística porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado.

Contribución de la propuesta: La adquisición de esta competencia se trabaja especialmente a través de actividades que fomentan la creatividad, la interacción y la autonomía en las simulaciones propuestas.

### ■ **Autonomía e iniciativa personal**

Según el decreto 23/2007, los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.

Contribución de la propuesta: La realización de prácticas individuales en el ordenador es una de las claves para trabajar esta competencia, ya que así nos adaptamos al ritmo de trabajo de cada alumno y a su vez se convierte en responsable de la administración de los recursos que tiene a su alcance.

### ■ **Competencia de aprender a aprender**

Según el decreto 23/2007, las técnicas heurísticas utilizadas constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la

perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Contribución de la propuesta: Se fomenta el aprendizaje significativo a través de la investigación, el razonamiento y la manipulación en el desarrollo de las actividades.

### ■ Competencia social y ciudadana

Según el decreto 23/2007, la aportación a la competencia social y ciudadana desde la consideración de la utilización de las matemáticas para describir fenómenos sociales. En parte, se contribuye a esta competencia enfocando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo, lo que permite de paso valorar los puntos de vista ajenos en plano de igualdad con los propios como formas alternativas de abordar una situación.

Contribución de la propuesta: en este caso, además del contenido matemático de nuestras actividades, trabajamos desde el uso de materiales y se trabaja el respeto a los recursos informáticos, la colaboración entre el alumnado (incluso en las actividades individuales) y la toma de decisiones grupales.

## Objetivos

Los objetivos de la propuesta didáctica son:

- ✓ Mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos.
- ✓ Dotar de continuidad al currículo, evitando la repetición de contenidos.
- ✓ Utilizar para ello los recursos a nuestro alcance de manera óptima integrándolas en el proceso. En este caso se quiere ofrecer GeoGebra a los alumnos como una herramienta útil y aplicable al mundo que les rodea utilizando también las habilidades de que los propios estudiantes han adquirido a través del uso, cada vez más habitual, de dispositivos móviles, tabletas, ordenadores, etc.
- ✓ Fomentar el aprendizaje significativo enseñando a los alumnos a gestionar estos recursos de manera eficaz.
- ✓ Motivar al alumnado a través de actividades interactivas que fomenten la participación, la creatividad, el pensamiento lógico e intuitivo, el trabajo cooperativo y el interés por la asignatura.
- ✓ Relacionar contenidos matemáticos de los diferentes bloques entre sí y con otras disciplinas.
- ✓ Conciliar la familia-centro incluyendo a los padres y tenerlos en cuenta su posible participación a la hora de elaborar actividades.

La consecución de estos objetivos generales se trabaja a través de los objetivos específicos marcados para cada actividad y que se pueden consultar en la ficha de cada una de ellas.

## Metodología

Durante el máster se vio que cualquier metodología es válida siempre que esté adaptada a los objetivos, al currículo, al número de alumnos, su perfil, etc. Pero adaptar la metodología lleva tiempo y trabajo, y resulta imposible si no hay consenso y continuidad en el proceso. Este es uno de los problemas que surgen con los continuos cambios legislativos.

En este caso, se ha seguido la línea metodológica presente en la programación didáctica del departamento de Matemáticas del IES Marqués de Santillana, que es el tipo de centro para el que está pensado el proyecto. A continuación se presentan las pautas generales de la misma.

Por un lado la propuesta del departamento es adaptar la metodología a cada grupo de alumnos y a su situación, intentando rentabilizar al máximo los recursos disponibles.

Por otro, en cuanto a la organización de las clases de Matemáticas, siguiendo las pautas marcadas por el departamento, se buscará:

- ✓ Potenciar el aprendizaje inductivo, a través de la observación y manipulación.
- ✓ Reforzar la adquisición de destrezas básicas, esquemas y estrategias personales a la hora de enfrentarse ante una situación problemática cercana al alumno.
- ✓ Relacionar las matemáticas con otras áreas del currículo.
- ✓ Fomentar la adquisición de hábitos de trabajo propios de las Matemáticas, necesarios para un desarrollo autónomo del aprendizaje de los alumnos, para propiciar sus aplicaciones en cursos sucesivos y fuera del aula, y para fomentar la curiosidad y el respeto hacia esta disciplina.
- ✓ Introducir los conceptos de forma intuitiva.
- ✓ Lograr la adquisición de destrezas numéricas básicas.
- ✓ Planear problemas y situaciones en las que los alumnos se enfrenten a su resolución, de forma individual y en grupo.
- ✓ Incorporar gradual y progresivamente las tecnologías de la información y la comunicación, como pueden ser calculadoras, programas informáticos etc., que son herramientas muy potentes y útiles en la actualidad, pero sin menoscabar el cálculo mental y la comprensión de los procesos cognitivos que realizan estas máquinas.

Concretamente, en la propuesta, lo que se plantea es la necesidad de definir mejor los términos en los que desarrollar este último punto metodológico encontrado en la programación del departamento de Matemáticas, siendo GeoGebra y los contenidos matemáticos del bloque elegido las herramientas para llevarlo a cabo a través de un proyecto de etapa incluido en la programación para facilitar esa incorporación gradual y progresiva.

La última herramienta será la página web (o un apartado en la ya existente) elaborada para recoger los materiales comunes para utilizar en todos los grupos y una guía de uso para profesores con menos formación o familias que quieran participar reforzando en casa los contenidos trabajados. De esta forma sólo es necesario elaborar los materiales una vez. (Ver propuesta en el [anexo II](#))

A la hora de definir la metodología se ha tenido en cuenta que es necesario trabajar todas las competencias básicas.

## Contenidos

### Contenidos matemáticos

Los contenidos y actividades son la parte menos relevante de la propuesta didáctica presentada ya que su importancia radica en las competencias que se quiere trabajar, los objetivos que se busca cumplir y la metodología establecida. Pero como son parte de las herramientas necesarias para desarrollar el proyecto, se ha diseñado un ejemplo de posible secuencia de actividades y la descripción de cada una de ellas. Lo perfecto sería poder trabajarlo todo el curso, pero como esto es poco realista, la idea es elegir un bloque y tenerlo en cuenta a la hora de realizar la temporalización del curso, aunque es conveniente realizar actividades puntuales durante todo el curso para mantener el contacto con GeoGebra.

La elección del bloque 5 del currículo de la Comunidad de Madrid: “Funciones y Gráficas” se debe a que fue el contenido visto durante la estancia en el centro de prácticas y se presta de manera natural a la utilización de materiales de apoyo para realizar representaciones visuales para trabajarlo.

Concretamente en este ejemplo, los contenidos matemáticos que se trabajan son:

#### Para 1º ESO

- +× Representación del punto en el plano cartesiano utilizando sus coordenadas cartesianas.
- +× Identificación de relaciones de dependencia sencillas e interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales y el mundo de la información.
- +× Detección de errores que pueden afectar a esta interpretación.

#### Para 2º ESO

- +× Representación de la recta en el plano cartesiano a través de tablas de valores.
- +× Aportaciones al estudio gráfico de una situación: crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Corte con los ejes. Máximos y mínimos.
- +× Identificación de relaciones de dependencia sencillas e interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales y el mundo de la información.

#### Para 3º ESO

- +× Distintas formas de representar una función.
- +× Estudio gráfico y algebraico de funciones constantes, lineales y afines: representación de la recta a través de la ecuación punto pendiente.
- +× Elaboración de gráficas continuas o discontinuas a partir de un enunciado, tabla de valores o expresión algebraica sencilla.
- +× Estudio gráfico de una situación: crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Corte con los ejes. Máximos y mínimos.

#### Para 4º ESO (CCSS)

- +× Funciones. Estudio gráfico de una función. Características.
- +× Estudio y utilización de modelos funcionales no lineales: cuadrática
- +× Funciones definidas a trozos.

## Contenidos relacionados con GeoGebra

Como la idea de secuenciar también la introducción de contenidos nuevos de GeoGebra a lo largo de la etapa, se presenta un esquema por cursos similar al anterior.

### Para 1º ESO

- 🔗 Interfaz de GeoGebra.
- 🔗 Representaciones geométrica y algebraica del punto y su relación.
- 🔗 Interacción con los objetos en GeoGebra.
- 🔗 Posibles aplicaciones.

### Para 2º ESO

- 🔗 Diferentes maneras de representar objetos.
- 🔗 Objetos dependientes e independientes.
- 🔗 Importar datos desde la hoja de cálculo.

### Para 3º ESO

- 🔗 Deslizadores y animaciones.
- 🔗 Imágenes.

### Para 4º ESO (CCSS)

- 🔗 Visibilidad condicionada de objetos.

## Actividades

Se parte de la actividad realizada durante las prácticas con el grupo de 4º de la ESO sobre “Representación de las funciones cuadráticas. Parábolas” que podemos consultar en el apartado [Actividades, con apoyo de GeoGebra, realizadas en los grupos de Matemáticas](#).

Recordemos que la mayoría de los alumnos no fueron capaces de terminar la práctica, a pesar de ser muy dirigida. Los pasos seguidos han sido:

- ✓ Reescribir el guion de la actividad de manera que no sea tan dirigida, en lugar de encontrar instrucciones como “Escribe en la barra de entrada...” utilizaremos otras como “Representa en la parte algebraica de GeoGebra el punto de coordenadas...”, “Comprueba con GeoGebra que los puntos encontrados como corte de la parábola y los ejes son correctos”, etc.
- ✓ Desglosar la práctica para trabajar sus diferentes componentes a lo largo de la etapa de manera que el porcentaje de alumnos que sea capaz de terminarla aumente y la resolución se lleve a cabo de manera más eficaz. Se plantean, para cada curso, dos sesiones de GeoGebra completas para realizar en el aula de informática, que aparecerán acompañadas por el icono  , y otras dos aplicaciones puntuales para introducir y reforzar contenidos.

En general, los materiales son de diseño propio pero se han usado también actividades realizadas por Isabel Sadornil durante el desarrollo de las prácticas y modificaciones de otras tomadas del banco de recursos de GeoGebra. Es estos casos se indica claramente de donde se han tomado los recursos y su autor. Como se comenta en el apartado “[consideraciones previas](#)” del TFM, los programas y applets de GeoGebra diseñados se han subido a un canal personal

creado a tal efecto en <http://tube.geogebra.org/lidu>. En la descripción de cada actividad se pueden encontrar instrucciones de uso para los profesores que vayan a utilizarlos. Además se pueden descargar los archivos en formato ggb o acceder a las aplicaciones sin tener instalado el programa GeoGebra.

Para desarrollar estas actividades, además del currículo, se han tomado como referencia los libros de texto de la editorial Anaya, por ser los utilizados en el I.E.S Marqués de Santillana y porque las programaciones actualizadas están disponibles gratuitamente en la página web de la editorial <http://www.anayaeducacion.es/programaciones.php>.

## Secuencia de actividades

Se puede acceder a la ficha de cada actividad pinchando en el icono  correspondiente.

1º ESO		
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica	
Actividad 2	Identificación de relaciones de dependencia sencillas	
Actividad 3	 <b>Sesión:</b> “Busca el punto”	
Actividad 4	 <b>Sesión:</b> “Errores en la representación del punto”	
2º ESO		
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)	
Actividad 2	 <b>Sesión:</b> “Creando nuestro primeros objetos. Representaciones de la recta: expresión algebraica, a partir de dos puntos y tabla de valores”	
Actividad 3	Funciones lineales	
Actividad 4	 <b>Sesión:</b> “La recta.”	
3º ESO		
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)	
Actividad 2	 <b>Sesión:</b> “La recta II.”	
Actividad 3	Funciones discontinuas y tipos de discontinuidad	
Actividad 4	 <b>Sesión:</b> “Animación a lo largo de una recta (con imágenes)”	
4º ESO (CCSS)		
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)	
Actividad 2	 <b>Sesión:</b> “Funciones definidas a trozos”	
Actividad 3	 <b>Sesión</b> “Representación de las funciones cuadráticas. Parábolas”	
Actividad 4	Aplicaciones de las funciones: Felicitación navideña	

Conviene recordar que no se van a tratar todos los contenidos del bloque, por lo que cada profesor deberá decidir el momento para realizar las actividades. Estas no están pensadas para realizarse consecutivamente, sino para introducirlas en el momento adecuado.

Todas las aplicaciones diseñadas admiten modificaciones, algo muy útil para que cada profesor pueda adaptarlas según sus necesidades y para que los alumnos puedan experimentar con ellas. De hecho, las simulaciones realizadas como complemento a las explicaciones teóricas se presentarán también en la página web con el fin de animar a los alumnos a realizar esta experimentación por su cuenta y como recurso en caso de que alguna de las sesiones se quede corta de contenido.

## Fichas de actividades

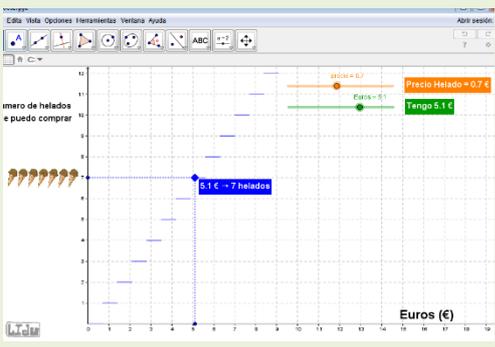
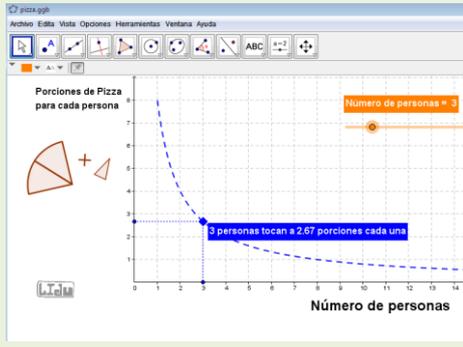
A continuación se presenta una ficha detallada para cada actividad planteada, detallando los objetivos, criterios de evaluación, contenidos y metodología específicos para cada una de ellas, así como el material necesario para llevarlas a cabo.

### ■ 1º ESO

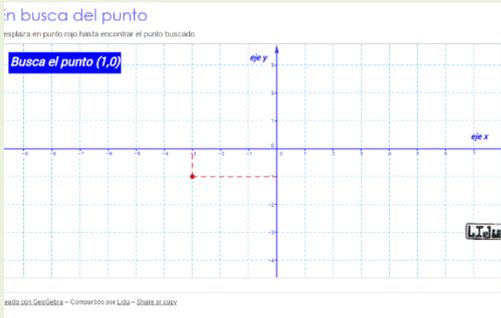
Los alumnos no tienen ninguna experiencia con GeoGebra con lo cual se proponen actividades muy sencillas con contenidos matemáticos muy básicos, donde lo que se persigue es un primer acercamiento al programa y a su manejo de manera lúdica.

<i>Apoyo visual en la introducción teórica</i>	
Nivel	1º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Motivar al alumnado mediante el uso de herramientas nuevas en el aula.</li> <li>☉ Presentar GeoGebra en el aula.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y muestra interés por la nueva herramienta presentada.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±x Representación del punto en el plano cartesiano utilizando sus coordenadas cartesianas.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>🔗 Interfaz de GeoGebra e iniciación al programa.</li> <li>🔗 Representaciones geométrica y algebraica del punto y su relación.</li> <li>🔗 Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> </ul>
Metodología	<p>El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.</p> <p>Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p>
Materiales	Enlace a un video tutorial de iniciación a GeoGebra realizado por el profesor Rafael Pérez Laserna que, aunque es para primaria, puede ser útil para un primer acercamiento al programa: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=CdM6sQVlsCg">https://www.youtube.com/watch?v=CdM6sQVlsCg</a>

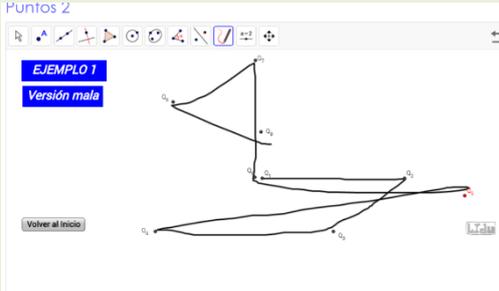
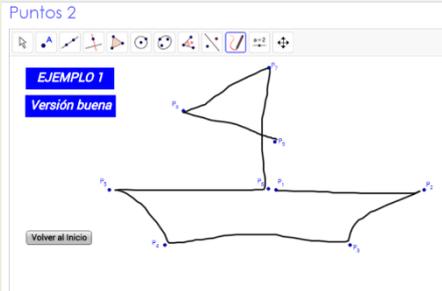
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Identificación de relaciones de dependencia sencillas</b>	
Nivel	1º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Dominar la representación y la interpretación de puntos en unos ejes cartesianos.</li> <li>☉ Introducir los conceptos: “información mediante puntos” y “relaciones de dependencia sencillas”.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales. Se añadirán simulaciones dinámicas para introducir el concepto de dependencia entre variables.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa. Además se observará si, en general, se interpretan correctamente relaciones de dependencia sencillas representadas en las simulaciones.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Identificación de relaciones de dependencia sencillas e interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales y el mundo de la información.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>🔗 Representaciones geométrica y algebraica del punto y su relación.</li> <li>🔗 Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> <li>🔗 Posibles aplicaciones.</li> </ul>
Metodología	El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones. Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma. Además irá realizando preguntas para analizar si se comprenden los contenidos presentados.
Materiales	<p>Se muestran algunos ejemplos de posibles simulaciones con GeoGebra en los siguientes enlaces:</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1273037">http://tube.geogebra.org/student/m1273037</a> (A más dinero, ¿más helados?)</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1273211">http://tube.geogebra.org/student/m1273211</a> (A más personas, menos pizza)</p>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Se pueden descargar los ficheros en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “En busca del punto”</b>	
Nivel	1º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Representar correctamente puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas.</li> <li>☉ Manejar GeoGebra para realizar actividades sencillas.</li> </ul>
Desarrollo	<p>El profesor empezará con una breve explicación sobre cómo acceder al programa, como es la interfaz y cómo funcionan menús desplegables. Se les explicará a los alumnos como representar puntos en el plano cartesiano utilizando el botón A continuación explicará a los alumnos donde encontrar los materiales que se van a usar (sitio web que se haya habilitado a tal efecto).</p> <p>Por último, los alumnos podrán “jugar” a representar puntos en la aplicación diseñada con ese fin.</p>
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos se manejan correctamente con los ordenadores (y con el programa GeoGebra en concreto), se analizará si representan correctamente y de manera reflexiva los puntos.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊕ Representación del punto en el plano cartesiano utilizando sus coordenadas cartesianas.</li> <li>⊕ Acceso al programa.</li> <li>⊕ Definición de puntos con el botón y desde la barra de entrada.</li> <li>⊕ Interacción con objetos.</li> </ul>
Metodología	<p>La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática.</p> <p>Actividad dirigida por el profesor por ser el primer acercamiento al manejo del programa.</p> <p>El profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p>
Materiales	<p>Enlace a la aplicación de la actividad propuesta:  <a href="http://tube.geogebra.org/student/m1266877">http://tube.geogebra.org/student/m1266877</a> (En busca del punto)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Se puede descargar el fichero en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “Errores en la representación del punto”</b>	
Nivel	1º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Identificar errores en la representación gráfica y sus consecuencias.</li> <li>☉ Manejar GeoGebra para realizar actividades sencillas introduciendo nuevas herramientas.</li> </ul>
Desarrollo	<p>El profesor animará a los alumnos a que averigüen como dibujar una recta utilizando el botón  y a estudiar como varía la misma al mover los puntos que la definen.</p> <p>A continuación debatiremos la importancia de representar bien los puntos a través de ejemplos (como el trazado de una ruta cuando tenemos mal definido el punto de llegada y sus consecuencias).</p> <p>Por último, los alumnos podrán observar la consecuencia de representar mal los puntos en la aplicación diseñada basada en los juegos de unir puntos y averiguar la figura que se esconde. Los alumnos abrirán primero el ejemplo donde se presenta un error, unirán los puntos con la herramienta  para construir segmentos, y moviendo el punto rojo (que es el que está mal  representado) intentarán averiguar cuál sería el lugar correcto. Después comprobarán la solución con la versión correcta.</p>
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos se manejan con las nuevas herramientas de GeoGebra, se analizará si modifican correctamente los puntos y entienden las consecuencias de una mala representación de datos.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±x Detección de errores en la representación de puntos y análisis de sus consecuencias.</li> <li>±x Definición de la recta que pasa por dos puntos.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>⦿ Proceso de definición de la recta que pasa por dos puntos.</li> <li>⦿ Interacción con los objetos.</li> </ul>
Metodología	<p>La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática.</p> <p>Se enmarcarán los ejemplos en contextos cercanos a los alumnos para mantenerlos motivados: GPS, viaje de vacaciones, etc.</p> <p>Es una actividad con un carácter muy lúdico donde, mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p>
Materiales	<p>Enlace a la aplicación de la actividad propuesta:  <a href="http://tube.geogebra.org/student/m1268037">http://tube.geogebra.org/student/m1268037</a> (Errores en la representación de puntos y sus consecuencias)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>Se puede descargar el fichero en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

[Volver al cuadro de actividades](#)

## ■ 2º ESO

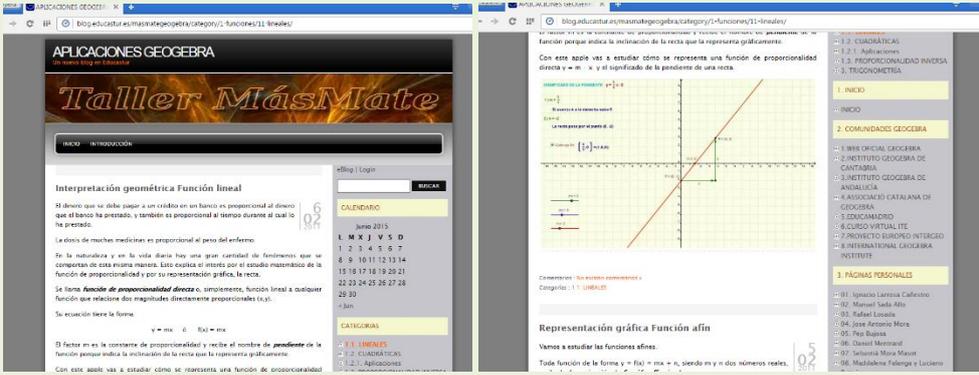
Se proponen actividades sencillas con contenidos matemáticos algo más complejos, donde lo que se persigue es ir introduciendo nuevas funcionalidades del programa. Añadimos la definición de objetos y el nivel de interacción con el programa por parte del alumno aumenta, aunque las sesiones son guiadas por parte del profesor. Se realizarán actividades evaluables que se tendrán en cuenta para la calificación de la asignatura.

<i>Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)</i>	
Nivel	2º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Repasar las herramientas de GeoGebra utilizadas en actividades anteriores.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y recuerda los contenidos de GeoGebra vistos el curso anterior.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±× Funciones lineales</li> <li>±× Análisis de gráfica elementales: crecimiento, decrecimiento y máximos y mínimos.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>🌀 Interfaz de GeoGebra e iniciación al programa.</li> <li>🌀 Representaciones de funciones.</li> <li>🌀 Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> </ul>
Metodología	<p>El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones. Mediante la observación, determinará si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p> <p>Además realizará preguntas al grupo para ver si se recuerda el manejo del programa y para recordarlo.</p>
Materiales	<p>Enlace a un recurso (libro de GeoGebra) elaborado por Budigali, miembro de la comunidad educativa GeoGebra, en el que se trabajan las funciones con 2º ESO:  <a href="http://tube.geogebra.org/student/b110131">http://tube.geogebra.org/student/b110131</a></p>  <p>Se puede descargar el fichero en formato Zip desde  <a href="http://tube.geogebra.org/material/show/id/110131">http://tube.geogebra.org/material/show/id/110131</a></p>

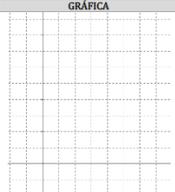
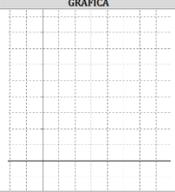
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b><i>Sesión: “Creando nuestro primeros objetos. Representaciones de la recta: expresión algebraica, a partir de dos puntos y tabla de valores”</i></b>	
Nivel	2º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Repasar conceptos matemáticos vistos durante las sesiones teóricas.</li> <li>☉ Adquirir herramientas de GeoGebra para la representación de objetos.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor guiará la sesión en la que los alumnos irán repitiendo los procesos que este realice y tomarán nota de cómo se representan los diferentes. Estas anotaciones se entregarán al final de la sesión y contarán para la evaluación de la asignatura. Una vez corregidas, se les devolverán para que puedan consultarlas en otras ocasiones.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa, si se maneja correctamente con GeoGebra y si las notas tomadas son correctas tanto en contenido como en forma.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>+x Funciones dadas por tablas de valores.</li> <li>+x Funciones de proporcionalidad.</li> <li>+x Funciones lineales.</li> <li>+x Pendiente de una recta.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducción de objetos con GeoGebra.</li> <li>☉ Objetos dependientes e independientes.</li> <li>☉ Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> </ul>
Metodología	El profesor maneja el ordenador y los alumnos reproducen los procesos en sus propios puestos informáticos. Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma. Además calificaran las notas tomadas.
Materiales	Recuperamos el video tutorial de iniciación a GeoGebra realizado por el profesor Rafael Pérez Laserna que, se puede servir al profesor para preparar la sesión y que podemos consultar en <a href="https://www.youtube.com/watch?v=CdM6sQV1sCg">https://www.youtube.com/watch?v=CdM6sQV1sCg</a>

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Funciones lineales</b>	
Nivel	2º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Trabajar en el aula con materiales elaborados por otros docentes.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y si su comprensión de los conceptos mejora gracias al uso de GeoGebra.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±× Funciones de proporcionalidad</li> <li>±× Funciones lineales</li> <li>☉ Representaciones de funciones.</li> <li>☉ Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> <li>☉ Deslizadores, variación de datos y análisis de consecuencias.</li> </ul>
Metodología	El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones. Mediante la observación, determinará si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.
Materiales	<p>Enlace al blog de Educastur donde encontramos una aplicación para estudiar las posibles funciones de la forma <math>y = mx + n</math> según los valores de m y n:  <a href="http://blog.educastur.es/masmategeogebra/category/1-funciones/11-lineales/">http://blog.educastur.es/masmategeogebra/category/1-funciones/11-lineales/</a></p> 

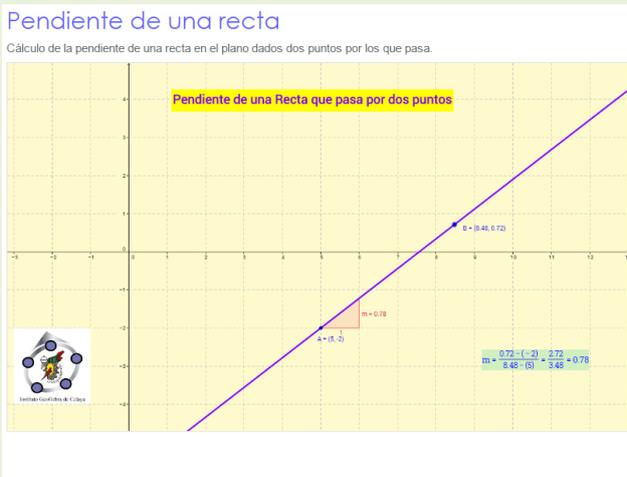
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “La recta”</b>	
Nivel	2º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Repasar la representación de la recta y sus diferentes expresiones.</li> <li>⊗ Reforzar los contenidos de GeoGebra vistos hasta el momento.</li> <li>⊗ Realizar actividades matemáticas directamente con GeoGebra.</li> <li>⊗ Fomentar el trabajo autónomo y la gestión del tiempo.</li> <li>⊗ Trabajar el uso de un lenguaje apropiado para explicar procesos matemáticos.</li> </ul>
Desarrollo	Los alumnos desarrollaran de forma autónoma la práctica, preguntando al profesor en caso de que tengan dudas. El profesor resolverá para todo el grupo las que le resulten interesantes. Al final de la sesión se entrega la ficha realizada.
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos manejan correctamente las herramientas de GeoGebra, se analizará si han logrado completar correctamente la ficha de la actividad.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>+x Funciones dadas por tablas de valores.</li> <li>+x Funciones de proporcionalidad.</li> <li>+x Funciones lineales.</li> <li>+x Corte con los ejes</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Representaciones de puntos y rectas.</li> <li>⊗ Muestra de la pendiente de una recta.</li> <li>⊗ Inserción de datos desde la hoja de cálculo</li> <li>⊗ Definición de objetos a partir de otros existentes: corte con los ejes.</li> </ul>
Metodología	<p>La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática.</p> <p>La actividad dependerá de los contenidos vistos en la <a href="#">sesión anterior</a> y el alumno podrá utilizar las notas que tomó durante la misma para realizar la totalidad de la actividad con el ordenador. La evaluación dependerá de los trabajos entregados.</p>
Materiales	<p>Se presentan dos posibles ejercicios, pero la elaboración del guion dependerá de los contenidos vistos en la sesión anterior. (Ir a <a href="#">anexo I</a> para ver con mayor detalle).</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Nombre: _____</p> <p style="text-align: center;"><b>LA RECTA</b></p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>Ejercicio 1</b></p> <p>Dibuja con GeoGebra la recta que paso por los puntos <math>A = (0,2)</math> y <math>B = (3,5)</math> y calcula su pendiente. Explica paso a paso como lo has hecho y que herramientas de GeoGebra has utilizado.</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">GRÁFICA</p>  </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p><b>Ejercicio 2</b></p> <p>Representa una función lineal y calcula su pendiente. Explica paso a paso como lo has hecho y que herramientas de GeoGebra has utilizado.</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">GRÁFICA</p>  </div> </div>

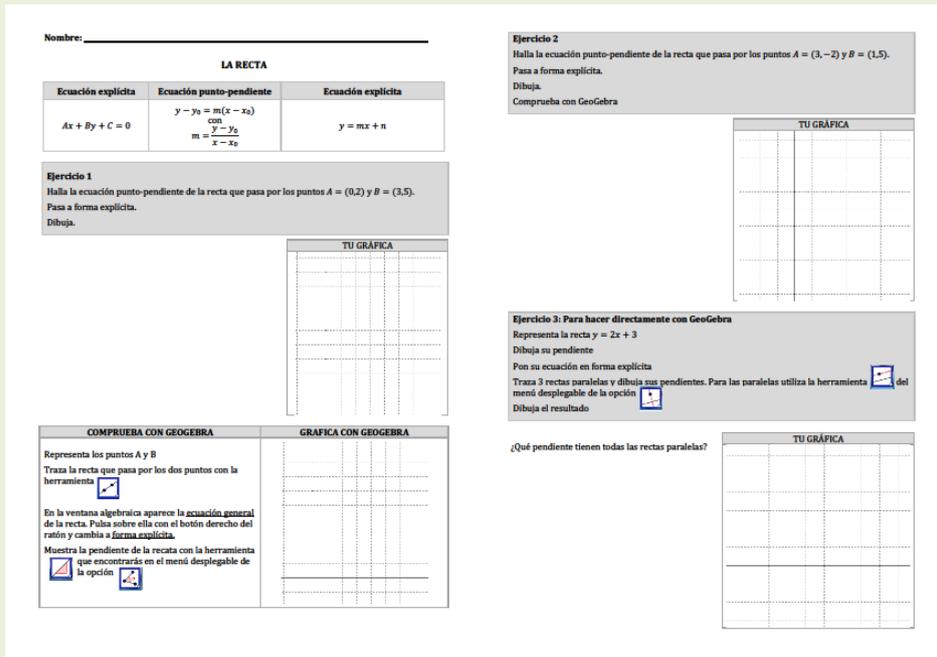
[Volver al cuadro de actividades](#)

### ■ 3º ESO

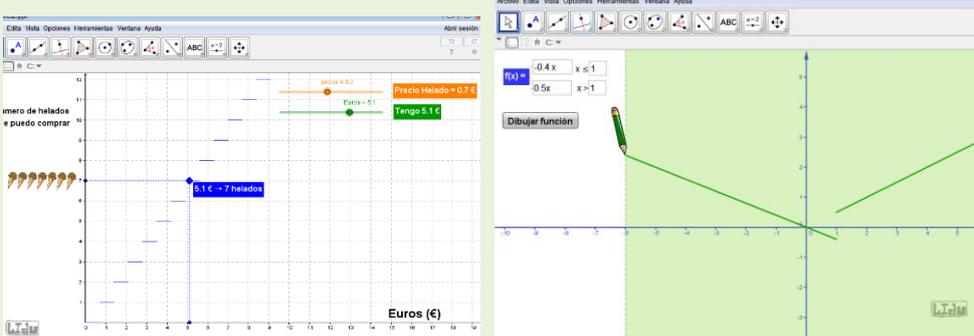
Las actividades propuestas forman parte del proceso de evaluación y los alumnos deben entregar el material elaborado durante las sesiones. Se combinan procesos de resolución de problemas manualmente y con GeoGebra. Los alumnos llevan el peso del trabajo.

<i>Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)</i>	
Nivel	3º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Repasar las herramientas de GeoGebra utilizadas en actividades anteriores.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y recuerda los contenidos de GeoGebra vistos en cursos anteriores.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±× Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.</li> <li>±× Recta de la que se conoce un punto y la pendiente.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>🌀 Interfaz de GeoGebra e iniciación al programa.</li> <li>🌀 Representaciones de recta que pasa por dos puntos y su pendiente.</li> <li>🌀 Interacción con los objetos en GeoGebra.</li> </ul>
Metodología	<p>El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.</p> <p>Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p> <p>Además realizará preguntas al grupo para ver si se recuerda el manejo del programa y para recordarlo.</p>
Materiales	<p>Se muestra un ejemplo de posible simulación realizada por el Instituto GeoGebra de Celaya en el siguiente enlace:  <a href="http://tube.geogebra.org/student/m83326">http://tube.geogebra.org/student/m83326</a></p> <div style="text-align: center;">  <p>Pendiente de una recta Cálculo de la pendiente de una recta en el plano dados dos puntos por los que pasa.</p> <p>Pendiente de una Recta que pasa por dos puntos</p> <p><math>m = 0.78</math></p> <p><math>m = \frac{4 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{2.72}{3.48} = 0.78</math></p> </div> <p>Se puede descargar el fichero en formato ggb desde  <a href="http://tube.geogebra.org/material/show/id/83326">http://tube.geogebra.org/material/show/id/83326</a></p>

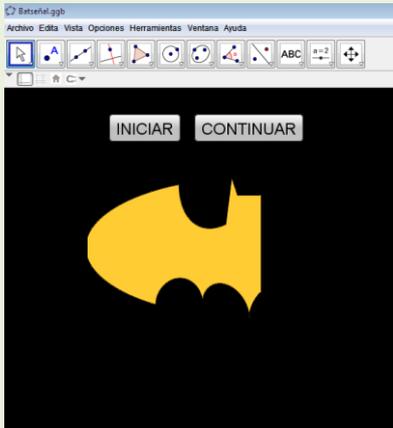
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: "La Recta II"</b>	
Nivel	3º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Repasar la representación de la recta y sus diferentes expresiones.</li> <li>⊗ Reforzar los contenidos de GeoGebra vistos hasta el momento e introducir algunos nuevos.</li> <li>⊗ Relacionar los procesos realizados manualmente con los realizados con GeoGebra.</li> <li>⊗ Fomentar el trabajo autónomo y la gestión del tiempo.</li> </ul>
Desarrollo	Los alumnos desarrollaran de forma autónoma la práctica, preguntando al profesor en caso de que tengan dudas. El profesor resolverá para todo el grupo las que le resulten interesantes. Al final de la sesión se entregará la ficha realizada.
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos manejan correctamente las herramientas de GeoGebra, se analizará si han logrado completar correctamente la ficha de la actividad.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>+x Ecuaciones general y explícita de la recta y paso de una a otra.</li> <li>+x Ecuación punto-pendiente de la recta.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Representaciones de puntos y rectas.</li> <li>⊗ Muestra de la pendiente de una recta.</li> <li>⊗ Definición de objetos a partir de otros existentes: rectas paralelas a una dada.</li> </ul>
Metodología	La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática. El alumno realiza la totalidad de la actividad manejando, en algunos pasos, el ordenador. La evaluación se hará en base a los trabajos realizados.
Materiales	<p>El guion para esta sesión se basa en una actividad realizada por Isabel Sadornil en el IES Marqués de Santillana durante el periodo de prácticas del MESOB. (Ir a <a href="#">anexo I</a> para ver con mayor detalle).</p>  <p>The worksheet 'LA RECTA' includes a table of equation forms, three exercises (Ejercicio 1, 2, and 3), and a 'COMPRUEBA CON GEOGEBRA' section. It also features grid areas for drawing graphs.</p>

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b><i>Funciones discontinuas y tipos de discontinuidad</i></b>	
Nivel	3º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Repasar las herramientas de GeoGebra utilizadas en actividades anteriores.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y si ayudan a la comprensión de los contenidos matemáticos tratados.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±x Discontinuidades. Continuidad.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Representaciones de funciones.</li> <li>⊗ Deslizadores y animaciones. Recorrer una función.</li> </ul>
Metodología	<p>El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.</p> <p>Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p> <p>Además realizará preguntas al grupo para ver si aumenta la comprensión al utilizar el apoyo visual de GeoGebra.</p>
Materiales	<p>Recuperamos la simulación de los helados realizada para trabajar relaciones de dependencia, y añadimos una nueva para estudiar los tipos de discontinuidades. Se puede acceder a ellas, a través de los siguientes enlaces:</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1273037">http://tube.geogebra.org/student/m1273037</a> (A más dinero, ¿más helados?)</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1281353">http://tube.geogebra.org/student/m1281353</a> (¿Levantamos el lápiz?)</p>
	 <p>Se pueden descargar los ficheros en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

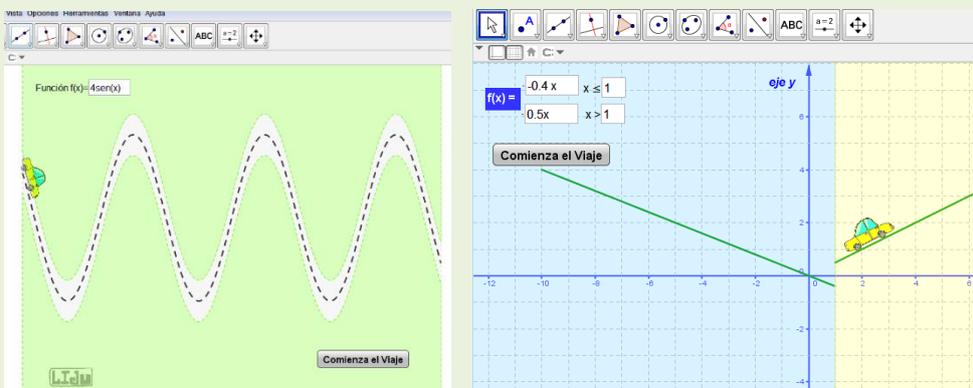
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “Animación a lo largo de una recta (con imágenes)”</b>	
Nivel	3º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Presentar aplicaciones de GeoGebra relacionadas con otras áreas, analizando el contenido matemático que se esconde tras su diseño.</li> <li>⊗ Fomentar la creatividad en el trabajo con herramientas informáticas.</li> <li>⊗ Repasar las herramientas de GeoGebra utilizadas en actividades anteriores.</li> <li>⊗ Motivar a los alumnos y predisponerlos al uso de GeoGebra.</li> </ul>
Desarrollo	Para introducir la sesión utilizaremos la simulación de la Batseñal de elaboración propia explicando las bases de su construcción. Después realizaremos una actividad basada en la elaborada por Liliana Ramos en la que los alumnos buscarán en internet un fondo y un elemento móvil para realizar la composición. Esta composición se subirá a una carpeta de Dropbox para su evaluación.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno es capaz de realizar una composición dinámica siguiendo los pasos explicado por el profesor y se tendrá en cuenta la calidad y originalidad de la composición creada.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Dominio de una función lineal</li> <li>⊗ Representaciones de funciones.</li> <li>⊗ Deslizadores y animaciones. Recorrer una función.</li> <li>⊗ Imágenes con GeoGebra.</li> <li>⊗ Búsqueda de recursos en internet e importación a GeoGebra.</li> </ul>
Metodología	La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática. El profesor maneja el ordenador y los alumnos reproducen los procesos en sus propios puestos informáticos eligiendo según su criterio elementos para la composición a realizar. La evaluación se hará en base a los trabajos entregados.
Materiales	<p>Se puede acceder a la aplicación de la Batseñal y a la actividad diseñada por Liliana Ramos a través de los siguientes enlaces:</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1266523">http://tube.geogebra.org/student/m1266523</a> (Batsenañal)</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m363829">http://tube.geogebra.org/student/m363829</a> (Trabajo con deslizadores)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Se pueden descargar los ficheros en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a> y <a href="http://tube.geogebra.org/material/show/id/363829">http://tube.geogebra.org/material/show/id/363829</a> respectivamente.</p>

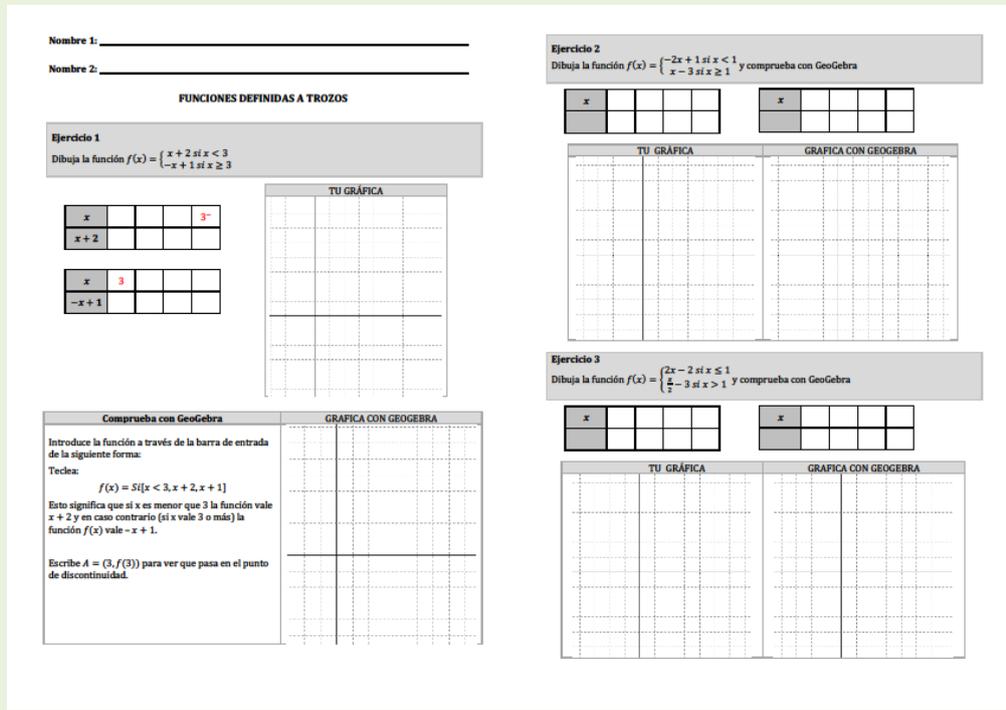
[Volver al cuadro de actividades](#)

## ■ 4º ESO

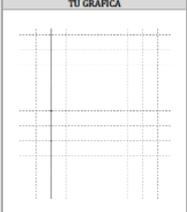
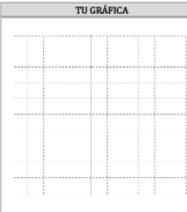
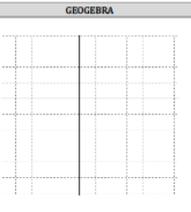
Las actividades siguen formando parte del proceso de evaluación y los alumnos deben entregar el material elaborado durante las sesiones para su evaluación. El nivel del contenido matemático aumenta, se realiza una sesión por parejas y los alumnos trabajan de manera autónoma.

<i>Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)</i>	
Nivel	4º ESO
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Introducir conceptos matemáticos de una forma visual para mejorar el proceso de aprendizaje.</li> <li>☉ Repasar las herramientas de GeoGebra utilizadas anteriormente.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor realizará la sesión o sesiones de introducción de conceptos teóricos utilizando como soporte visual GeoGebra en combinación con los recursos habituales.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y recuerda los contenidos de GeoGebra vistos en cursos anteriores.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>+x Estudio gráfico de una función.</li> <li>+x Funciones definidas a trozos.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>🔗 Representaciones de funciones.</li> <li>🔗 Interacción con los objetos en GeoGebra (funciones).</li> <li>🔗 Visibilidad condicionada de objetos.</li> </ul>
Metodología	<p>El profesor es el que maneja el ordenador y utiliza el programa como complemento a sus explicaciones.</p> <p>Mediante la observación, el profesor será el que determine si los alumnos se han mostrado receptivos y motivados durante la actividad y si han sido capaces de seguir el desarrollo de la misma.</p> <p>Además realizará preguntas al grupo para ver si se recuerda el manejo del programa y para recordarlo.</p>
Materiales	<p>Recuperamos las simulaciones utilizadas con GeoGebra en 2º, para la introducción del concepto de representación gráfica, en los siguientes enlaces:</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1279353">http://tube.geogebra.org/student/m1279353</a> (Funciones - coche)</p> <p><a href="http://tube.geogebra.org/student/m1279313">http://tube.geogebra.org/student/m1279313</a> (Funciones definidas a trozos - coche)</p>
	 <p>Se pueden descargar los ficheros en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

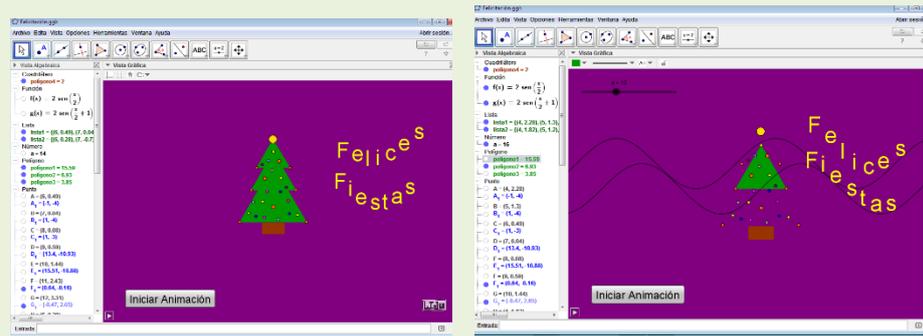
[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “Funciones definidas a trozos”</b>																																																					
Nivel	4º ESO (CCSS)																																																				
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Repasar la representación de funciones definidas a trozos</li> <li>☉ Reforzar los contenidos de GeoGebra vistos hasta el momento e introducir algunos nuevos.</li> <li>☉ Relacionar los procesos realizados manualmente con los realizados con GeoGebra.</li> <li>☉ Fomentar el trabajo autónomo en parejas y la gestión del tiempo.</li> </ul>																																																				
Desarrollo	Los alumnos desarrollaran de forma autónoma la práctica, preguntando al profesor en caso de que tengan dudas. El profesor resolverá para todo el grupo las que le resulten interesantes. Al final de la sesión se entrega la ficha realizada.																																																				
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos manejan correctamente las herramientas de GeoGebra, se analizará si han sido capaces de trabajar en pareja y si han logrado completar correctamente la ficha de la actividad.																																																				
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Representación de funciones definidas a trozos</li> <li>☉ Interacción con los objetos en GeoGebra (funciones).</li> <li>☉ Representaciones de funciones.</li> <li>☉ Definición de condiciones</li> <li>☉ Introducción de caracteres especiales</li> </ul>																																																				
Metodología	La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática. Esta práctica se realiza por parejas que realizan la totalidad de la actividad manejando, en algunos pasos, el ordenador.																																																				
Materiales	<p>El guion para esta sesión se basa en una actividad realizada por Isabel Sadornil en el IES Marqués de Santillana durante el periodo de prácticas del MESOB. (Ir a <a href="#">anexo I</a> para ver con mayor detalle).</p>  <p>Nombre 1: _____ Nombre 2: _____</p> <p style="text-align: center;"><b>FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS</b></p> <p><b>Ejercicio 1</b> Dibuja la función <math>f(x) = \begin{cases} x + 2 &amp; \text{si } x &lt; 3 \\ -x + 1 &amp; \text{si } x \geq 3 \end{cases}</math></p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td>x + 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-x + 1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">TU GRÁFICA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table> <p><b>Comprueba con GeoGebra</b></p> <p>Introduce la función a través de la barra de entrada de la siguiente forma: Tecldea: <math>f(x) = S(x &lt; 3, x + 2, x + 1)</math> Esto significa que si x es menor que 3 la función vale x + 2 y en caso contrario (si x vale 3 o más) la función f(x) vale -x + 1. Escribe A = (3, f(3)) para ver que pasa en el punto de discontinuidad.</p> <p style="text-align: center;">GRÁFICA CON GEOGEBRA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table> <p><b>Ejercicio 2</b> Dibuja la función <math>f(x) = \begin{cases} -2x + 1 &amp; \text{si } x &lt; 1 \\ x - 3 &amp; \text{si } x \geq 1 \end{cases}</math> y comprueba con GeoGebra</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">TU GRÁFICA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">GRÁFICA CON GEOGEBRA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table> <p><b>Ejercicio 3</b> Dibuja la función <math>f(x) = \begin{cases} 2x - 2 &amp; \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x}{2} - 3 &amp; \text{si } x &gt; 1 \end{cases}</math> y comprueba con GeoGebra</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">TU GRÁFICA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table> <p style="text-align: center;">GRÁFICA CON GEOGEBRA</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 100px; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;"></td><td style="width: 50%;"></td></tr> </table>	x				3	x + 2					x	3				-x + 1									x					x									x					x								
x				3																																																	
x + 2																																																					
x	3																																																				
-x + 1																																																					
x																																																					
x																																																					
x																																																					
x																																																					

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b>Sesión: “Representación de funciones cuadráticas. Parábolas”</b>																							
Nivel	4º ESO (CCSS)																						
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Repasar la representación de funciones cuadráticas.</li> <li>⊗ Reforzar los contenidos de GeoGebra vistos hasta el momento e introducir algunos nuevos.</li> <li>⊗ Relacionar los procesos realizados manualmente con los realizados con GeoGebra.</li> <li>⊗ Fomentar el trabajo autónomo y la gestión del tiempo.</li> </ul>																						
Desarrollo	Los alumnos desarrollaran de forma autónoma la práctica, preguntando al profesor en caso de que tengan dudas. El profesor resolverá para todo el grupo las que le resulten interesantes. Al final de la sesión se entrega la ficha realizada.																						
Criterios de Evaluación	Además de observar si los alumnos manejan correctamente las herramientas de GeoGebra, se analizará si han logrado completar correctamente la ficha de la actividad.																						
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>⊗ Representación de funciones cuadráticas. Parábolas.</li> <li>⊗ Representaciones de funciones.</li> <li>⊗ Interacción con los objetos en GeoGebra (funciones).</li> <li>⊗ Definición de objetos como intersección de otros existentes.</li> </ul>																						
Metodología	La sesión está diseñada con la duración habitual (55 minutos) de las clases de ESO para llevarse a cabo en el aula de informática. El alumno realiza la totalidad de la actividad manejando, en algunos pasos, el ordenador.																						
Materiales	<p>El guion para esta sesión se basa en una actividad de diseño propio realizada en el IES Marqués de Santillana durante el periodo de prácticas del MESOB. (Ir a <a href="#">anexo I</a> para ver con mayor detalle).</p> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 10px;"> <p>Nombre: _____</p> <p style="text-align: center;"><b>REPRESENTACIÓN DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS. PARÁBOLAS.</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Ecuación explícita</th> <th style="width: 33%;">Eje de simetría</th> <th style="width: 33%;">Ramas de la parábola</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y = Ax^2 + Bx + C</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x_0 = \frac{-B}{2A}</math></td> <td>                     Si <math>A &gt; 0</math>, las ramas van hacia arriba <math>\rightarrow \cup</math>                      Si <math>A &lt; 0</math>, las ramas van hacia abajo <math>\rightarrow \cap</math> </td> </tr> </tbody> </table> <p><b>Ejemplo</b> Representa la parábola <math>y = x^2 - 4x + 4</math> y comprueba con GeoGebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Paso 1: ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola? <math>A = 1 &gt; 0</math>. Será de la forma...</li> <li>○ Paso 2: Calculamos el vértice <math>V(x_0, y_0)</math>                      Coordenada <math>x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2</math>                      Coordenada <math>y_0</math>. Sustituoyo <math>x_0</math> en la ecuación <math>y = x^2 - 4x + 4 \rightarrow y_0 =</math>                      El vértice estará en <math>V(2, 0)</math></li> <li>○ Paso 3: Corte con los ejes                      Corte con el eje x: <math>y = 0 \rightarrow 0 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2 \rightarrow</math> Punto <math>(2, 0)</math>                      Corte con el eje y: <math>x = 0 \rightarrow y =</math></li> <li>○ Paso 4: Tabla de valores</li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">x</th> <th style="width: 25%;">1</th> <th style="width: 25%;">3</th> <th style="width: 25%;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 45%;"> <p style="text-align: center;"><b>TU GRÁFICA</b></p>  </div> <div style="width: 45%;"> <p style="text-align: center;"><b>GEOGEBRA</b></p> <p>○ Dibuja la parábola a través de la barra de entrada:                      ○ Representa el vértice (punto V)                      ○ Determina los puntos de corte de la parábola con los ejes con la herramienta </p>  </div> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p><b>Ejercicio para entregar</b>                      Representa la parábola <math>y = -x^2 + 2x + 3</math> y comprueba con GeoGebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Paso 1: ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola? <input style="width: 100px;" type="text"/></li> <li>○ Paso 2: Calculamos el vértice <math>V(x_0, y_0)</math>                      Coordenada <math>x_0</math> <input style="width: 100px;" type="text"/>                      Coordenada <math>y_0</math> <input style="width: 100px;" type="text"/>                      El vértice estará en <input style="width: 100px;" type="text"/></li> <li>○ Paso 3: Corte con los ejes                      Corte con el eje x: <input style="width: 100px;" type="text"/>                      Corte con el eje y: <input style="width: 100px;" type="text"/></li> <li>○ Paso 4: Tabla de valores</li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">x</th> <th style="width: 25%;"></th> <th style="width: 25%;"></th> <th style="width: 25%;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 45%;"> <p style="text-align: center;"><b>TU GRÁFICA</b></p>  </div> <div style="width: 45%;"> <p style="text-align: center;"><b>GEOGEBRA</b></p>  </div> </div> </div> </div>	Ecuación explícita	Eje de simetría	Ramas de la parábola	$y = Ax^2 + Bx + C$	$x_0 = \frac{-B}{2A}$	Si $A > 0$ , las ramas van hacia arriba $\rightarrow \cup$ Si $A < 0$ , las ramas van hacia abajo $\rightarrow \cap$	x	1	3		y				x				y			
Ecuación explícita	Eje de simetría	Ramas de la parábola																					
$y = Ax^2 + Bx + C$	$x_0 = \frac{-B}{2A}$	Si $A > 0$ , las ramas van hacia arriba $\rightarrow \cup$ Si $A < 0$ , las ramas van hacia abajo $\rightarrow \cap$																					
x	1	3																					
y																							
x																							
y																							

[Volver al cuadro de actividades](#)

<b><i>Felicitación Navideña</i></b>	
Nivel	4º ESO (CCSS)
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>☉ Presentar aplicaciones de GeoGebra relacionadas con otras áreas, analizando el contenido matemático que se esconde tras su diseño.</li> <li>☉ Presentar aplicaciones de las matemáticas a otras disciplinas.</li> <li>☉ Motivar a los alumnos y predisponerlos al uso de GeoGebra.</li> </ul>
Desarrollo	El profesor expondrá la felicitación de Navidad preguntando ¿Qué veis aquí? A partir de esa pregunta trabajaremos los conceptos matemáticos que hay detrás de la composición. Se puede ir más allá y tratar la digitalización en películas.
Criterios de Evaluación	Se analizará si el alumno permanece atento a las actividades desarrolladas con el programa y muestra interés en el tema tratado.
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> <li>±× Aplicaciones de las matemáticas.</li> <li>🌀 Aplicaciones de GeoGebra</li> </ul>
Metodología	Actividad de 10 minutos en la que es el profesor el que maneja el ordenador.
Materiales	<p>Enlace a la aplicación de la actividad propuesta:  <a href="http://tube.geogebra.org/student/mdh6ZE0iR">http://tube.geogebra.org/student/mdh6ZE0iR</a> (Felicitación Navideña)</p>  <p>Diseño basado en una actividad realizada por Isabel Sadornil en el IES Marqués de Santillana durante el periodo de prácticas del MESOB.  Se puede descargar el fichero en formato ggb desde <a href="http://tube.geogebra.org/lidu">http://tube.geogebra.org/lidu</a></p>

[Volver al cuadro de actividades](#)

## Evaluación

Como en este caso la propuesta no se ha llevado a cabo, no se ha podido evaluar, pero se presentan aquí posibles ideas y teorías basadas en las experiencias e informaciones analizadas.

En el desarrollo del ejemplo propuesto para cada actividad se han fijado unos objetivos, metodología y criterios de evaluación específicos, pero en este apartado se pretende ver como analizar si la propuesta didáctica, como conjunto, funciona. Para ello, los criterios de evaluación que se proponen para comprobar la consecución de los objetivos generales del proyecto son:

- ✓ El alumno maneja el programa GeoGebra correctamente interaccionando con los objetos creados con fluidez, propone el uso de las nuevas tecnologías para resolver problemas de contenido matemático y muestra interés y motivación durante el desarrollo de las actividades.
- ✓ El alumno entiende los procesos seguidos e incrementa gradualmente la dificultad y la creatividad en las prácticas realizadas con GeoGebra.
- ✓ El alumno recurre a internet para buscar recursos y/o información para solventar dudas y accede a la página web del proyecto para utilizar las herramientas.
- ✓ El alumno visualiza los conceptos matemáticos trabajados con GeoGebra y relaciona las diferentes formas de representación de objetos, dibujando correctamente sus gráficas y analizando sus características generales.
- ✓ El alumno muestra una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje por el uso de las nuevas tecnologías.
- ✓ Las familias interesadas han podido participar en el proyecto y disponían de acceso al material necesario para hacerlo.

La principal dificultad que presenta este tipo de proyecto, con objetivos a largo plazo, es que aunque podemos ir obteniendo información a través de las pruebas objetivas que se van realizando durante su desarrollo, tenemos que dejar que pase el tiempo para ver si realmente se obtienen mejoras en el proceso de aprendizaje del alumno y en el desarrollo de las competencias básicas.

En estos casos, para ver si la propuesta didáctica funciona lo que se suele hacer es establecer grupos de control, utilizar diferentes metodologías en cada uno de ellos y comparar los resultados de ambos grupos, pero no siempre disponemos de dos líneas con grupos de alumnos de nivel y perfil equivalente.

## Conclusiones

Obviamente no se pudo llevar a cabo la propuesta durante las prácticas en el centro por ser un proyecto a largo plazo, pero se aprovechó la oportunidad brindada para recoger la máxima información posible realizando actividades diseñadas para realizar con el apoyo de GeoGebra en diferentes grupos y niveles, y planteando objetivos y metodologías adaptadas en cada caso.

Esta información y la recabada en una breve investigación realizada posteriormente para comparar la experiencia del I.E.S Marqués de Santillana, donde se realizaron las prácticas, con

otros proyectos existentes nos revela que es necesario un cambio de mentalidad respecto a la metodología educativa por parte de alumnos, padres y sobre todo profesores. Tenemos que convencernos de la necesidad real de aplicar nuevas técnicas docentes que se adapten a la nueva tendencia aparecida con la LOE en 2006 y a partir de la cual los objetivos educativos pasan a formularse en función del desarrollo de las competencias básicas. La realidad es que en muchos casos no estamos llegando a nuestros alumnos.

Teniendo en cuenta la sociedad actual y el futuro que previsiblemente les va a tocar vivir a nuestros menores, esta adaptación pasa por integrar, de manera real, las nuevas tecnologías en el currículo y como parte del mismo deben evaluarse. De hecho, existen experiencias y estudios que dan cuenta de la efectividad de su uso cuando se realiza adecuadamente.

Una de las claves propuestas para que estos cambios tengan éxito es no fallar en lo básico y realizar una incorporación gradual y progresiva de las nuevas tecnologías, para lo que el diseño y desarrollo de estos proyectos debe contar con la colaboración de todo el departamento y formar parte del currículo. Si queremos fomentar la conciliación entre el centro y la familia, en su desarrollo debemos contemplar también la “posible” y voluntaria participación de los padres.

GeoGebra parece una herramienta perfecta para este fin, ya que además de las virtudes que presenta por sí mismo este software diseñado para el aprendizaje de las Matemáticas que está en permanente actualización y que fomenta la interacción y la interdisciplinariedad, existe una gran comunidad educativa en la que podemos compartir experiencias y recursos.

Además, como se ha visto, la adquisición de contenidos está perdiendo peso frente a la adquisición de las competencias, y GeoGebra nos da la oportunidad de trabajarlas sin dejar de lado los contenidos matemáticos.

Lo interesante de la propuesta realizada en el presente TFM es que no requiere de materiales que no estén disponibles ya en el centro, que una vez elaborados los materiales para trabajar contenidos matemáticos con GeoGebra se pueden reutilizar y modificar de manera que profesores menos experimentados en nuevas tecnologías pueden utilizar las actividades diseñadas y aprender a la vez que los alumnos, que existen experiencias previas que avalan la propuesta, que no requiere de mucho tiempo si repartimos el peso a lo largo de la etapa, que se plantea el uso de GeoGebra no solo como apoyo al aprendizaje de las matemáticas, sino como un recurso en sí mismo que el alumno podrá utilizar una vez terminada la etapa.

En cuanto a las limitaciones del proyecto se requiere que parte del personal docente disponga conocimientos básicos y que exista consenso en el departamento para su desarrollo. Además, los proyectos a largo plazo son difíciles de llevar a cabo por la inestabilidad del profesorado en los centros y requieren un compromiso de continuidad.

En resumen, es necesario adaptar el sistema educativo, pero se debe reflexionar sobre cómo hacerlo para obtener los resultados deseados y buscar la manera de aprovechar el cambio para trabajar otros aspectos, como el acceso a la información, la gestión de recursos existentes de manera eficaz, etc. dotando a nuestros alumnos de herramientas que les sirvan en el futuro y no solamente dentro del aula. Parafraseando un clásico del acervo popular: *“Es necesario ir y si hay que ir se va, pero ir pa ná es tontería”*.

## Referencias

- Anaya editorial. (2015). *Programaciones*.  
Obtenido de <http://www.anayaeducacion.es/programaciones.php>
- Decreto 23/2007. (s.f.). *Decreto de 10 de Mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículode la ESO*.
- Documentación propia del IES Marqués de Santillana. (s.f.). *Proyecto Educativo del Centro y Programación del departamento de Matemáticas*.
- García López, M. (2011). Tesis doctoral: "Evolución de actitudes y competencias matemáticas matemáticas en estudiantes de Secundaria al introducir GeoGebra en el aula". *Universidad de Almería*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/1768/>
- García López, M., & Romero Albaladejo, I. (2009). Influencia de las nuevas tecnologías en la evolución del aprendizaje y las actitudes matemáticas de estudiantes de Matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1)(17), 369-396.  
Obtenido de <http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/new/ContadorArticulo.php?306>
- GeoGebra. (s.f.). *Sitio Web de publicaciones de GeoGebra* .  
Obtenido de <http://wiki.geogebra.org/es/publicaciones>
- GeoGebra. (s.f.). *Sitio Web de recursos de GeoGebra*. Obtenido de <http://tube.geogebra.org>
- González, M. (s.f.). *Iniciación al GeoGebra*.  
Obtenido de <https://sites.google.com/site/geogebra1112/>
- LOE. (4 de Mayo de 2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación.
- Losada Liste, R. (2007). GEOGEBRA: la eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(1), 223-239.  
Obtenido de <http://www.rsme.es/gacetadigital/abrir.php?id=619>
- Morante, A., & Vallejo, J. A. (2011). Software libre para el estudio de sistemas dinámicos. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 14(1), 111-132.  
Obtenido de <http://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=982&zw=003913>
- Real Pérez, M. (2009). La potencia de las tic para el cálculo simbólico. *Revista Suma*(61), 55-61. Obtenido de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/61/055-061.pdf>
- Zabalza Beraza, M. (1987). *Diseño y desarrollo curricular*. Madrid: Narcea, S.A.

## Anexos

### Anexo I: Guiones de actividades

Nombre: \_\_\_\_\_

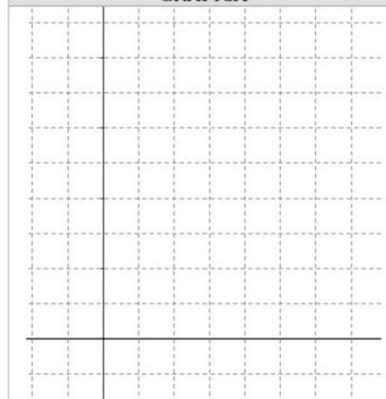
#### LA RECTA

##### Ejercicio 1

Dibuja con GeoGebra la recta que pasa por los puntos  $A = (0,2)$  y  $B = (3,5)$  y calcula su pendiente.

**Explica paso a paso como lo has hecho y que herramientas de GeoGebra has utilizado.**

GRÁFICA

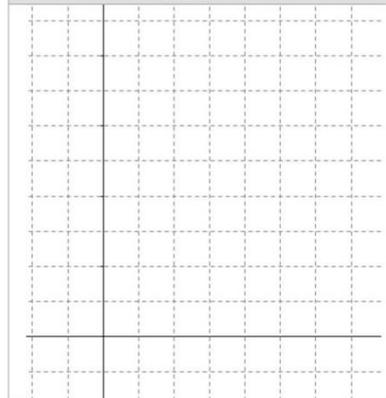


##### Ejercicio 2

Representa una función lineal y calcula su pendiente.

**Explica paso a paso como lo has hecho y que herramientas de GeoGebra has utilizado.**

GRÁFICA

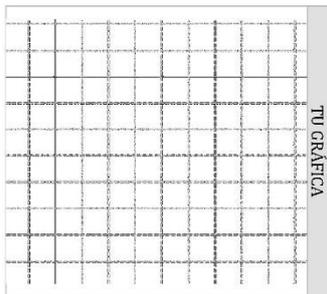


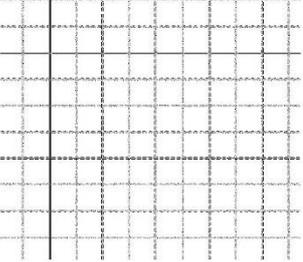
Nombre: \_\_\_\_\_

**LA RECTA**

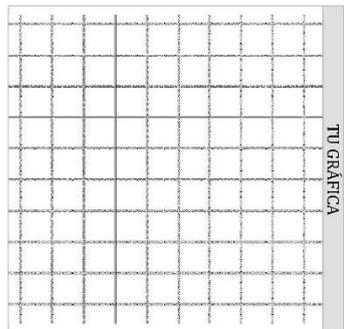
Ecuación explícita	Ecuación punto-pendiente	Ecuación explícita
$Ax + By + C = 0$	$y - y_0 = m(x - x_0)$ con $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$	$y = mx + n$

**Ejercicio 1**  
Halla la ecuación punto-pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A = (0,2)$  y  $B = (3,5)$ .  
Pasa a forma explícita.  
Dibuja.

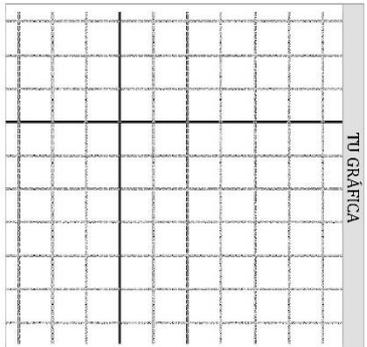


COMPRUEBA CON GEOGEBRA	GRÁFICA CON GEOGEBRA
<p>Representa los puntos A y B</p> <p>Traza la recta que pasa por los dos puntos con la herramienta </p> <p>En la ventana algebraica aparece la ecuación general de la recta. Pulsa sobre ella con el botón derecho del ratón y cambia a forma explícita.</p> <p>Muestra la pendiente de la recta con la herramienta que encontrarás en el menú desplegable de la opción  </p>	

**Ejercicio 2**  
Halla la ecuación punto-pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A = (3, -2)$  y  $B = (1,5)$ .  
Pasa a forma explícita.  
Dibuja.  
Comprueba con GeoGebra



**Ejercicio 3: Para hacer directamente con GeoGebra**  
Representa la recta  $y = 2x + 3$   
Dibuja su pendiente   
Pon su ecuación en forma explícita  
Traza 3 rectas paralelas y dibuja sus pendientes. Para las paralelas utiliza la herramienta del menú desplegable de la opción   
Dibuja el resultado



¿Qué pendiente tienen todas las rectas paralelas?



Nombre: \_\_\_\_\_

**REPRESENTACIÓN DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS. PARÁBOLAS.**

Equación explícita	Eje de simetría	Ramas de la parábola
$y = Ax^2 + Bx + C$	$x_v = \frac{-B}{2A}$	Si $A > 0$ , las ramas van hacia arriba $\rightarrow U$ Si $A < 0$ , las ramas van hacia abajo $\rightarrow \cap$

**Ejemplo**

Representa la parábola  $y = x^2 - 4x + 4$  y comprueba con GeoGebra

o **Paso 1:** ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola?  $A = 1 > 0$ . Será de la forma...

o **Paso 2:** Calculamos el vértice  $V=(x_v, y_v)$

Coordenada  $x_v = \frac{-B}{2A} \rightarrow x_v =$

Coordenada  $y_v$ . Sustituyo  $x_v$  en la ecuación  $y = x^2 - 4x + 4 \rightarrow y_v =$

El vértice estará en  $V = ( , )$

o **Paso 3:** Corte con los ejes

Corte con el eje x:  $y = 0 \rightarrow 0 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2 \rightarrow$  **Punto (2, 0)**

Corte con el eje y:  $x = 0 \rightarrow y =$

o **Paso 4:** Tabla de valores

x	1	3
y		

TU GRÁFICA	GEOGEBRA
	<ul style="list-style-type: none"> <li>o Dibuja la parábola a través de la barra de entrada:</li> <li>o Representa el vértice (punto V)</li> <li>o Determina los puntos de corte de la parábola con los ejes con la herramienta </li> </ul>

**Ejercicio para entregar**

Representa la parábola  $y = -x^2 + 2x + 3$  y comprueba con GeoGebra

o **Paso 1:** ¿Hacia dónde irán las ramas de la parábola?

o **Paso 2:** Calculamos el vértice  $V=(x_v, y_v)$

Coordenada  $x_v$

Coordenada  $y_v$

El vértice estará en

o **Paso 3:** Corte con los ejes

Corte con el eje x:

Corte con el eje y:

o **Paso 4:** Tabla de valores

x		
y		

TU GRÁFICA	GEOGEBRA

## Anexo II: Página web del proyecto

Se puede consultar la página web diseñada para recoger la información de las actividades propuestas en <http://lidugo.wix.com/geogebra>. Se ha desarrollado a modo de ejemplo el apartado correspondiente a 1º ESO donde encontramos, con acceso libre, el material necesario para desarrollar las sesiones y, con acceso limitado (protegido con la contraseña "1234") el material para los profesores. Es un esbozo que tendríamos que desarrollar algo más, pero da una idea de lo que se propone y de la utilidad de poder incrustar las aplicaciones de GeoGebra en páginas web.

The screenshot shows a web browser window displaying the website [lidugo.wix.com/geogebra](http://lidugo.wix.com/geogebra). The page features a navigation bar with buttons for "1º ESO", "2º ESO", "3º ESO", and "4º ESO". Below the navigation bar, there is a section titled "GeoGebra" with a description of the software and its uses. To the right, there is a table listing activities for each grade level.

1º ESO	
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica
Actividad 2	Identificación de relaciones de dependencia sencillas
Actividad 3	Sesión: "Busca el punto"
Actividad 4	Sesión: "Errores en la representación del punto"
2º ESO	
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)
Actividad 2	Sesión: "Creando nuestro primeros objetos. Representaciones de la recta: expresión algebraica, a partir de dos puntos y tabla de valores"
Actividad 3	Funciones lineales
Actividad 4	Sesión: "La recta."
3º ESO	
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)
Actividad 2	Sesión: "La recta II."
Actividad 3	Funciones discontinuas y tipos de discontinuidad
Actividad 4	Sesión: "Animación a lo largo de una recta (con imágenes)"
4º ESO (CCSS)	
Actividad 1	Apoyo visual en la introducción teórica (y repaso de GeoGebra)
Actividad 2	Sesión: "Funciones definidas a trozos"