

Los paseos matemáticos en educación secundaria y bachillerato. Un paseo por el Rosa Chacel con MathCityMap

Álvaro Sierra

(MESOB) Especialidad de Matemáticas



MÁSTERES
DE LA UAM
2020-2021

Facultad de Formación de Profesorado



MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO EN EDUCACIÓN
SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO

LOS PASEOS MATEMÁTICOS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA Y BACHILLERATO

Un paseo por el Rosa Chacel con MathCityMap

Tutores UAM: Angélica Benito Sualdea, Álvaro Nolla de Celis

Alumno: Álvaro Sierra del Blanco

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
CURSO 2020/2021

Resumen

En este Trabajo de Fin de Máster los objetivos principales son tanto analizar el impacto y utilidad que tienen el uso de los dispositivos móviles en las aulas como la introducción de los paseos matemáticos como apoyo a la comunidad educativa.

La propuesta principal de este trabajo consiste en la creación de varios paseos matemáticos en el IES Rosa Chacel y sus alrededores, centro situado en el municipio madrileño de Colmenar Viejo. Se realizarán dos paseos para los cursos de 2º ESO y 4º ESO y un paseo para 1º de Bachillerato. Para ello nos hemos apoyado en la aplicación MathCityMap para aportar un nuevo enfoque a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, haciéndolas más cercanas a los estudiantes.

Palabras principales: Paseo matemático; aprendizaje fuera del aula; Educación Secundaria; aprendizaje de las matemáticas; MathCityMap.

Abstract

The principal objectives of this Final Master Project are analyzing the impact and utility that have the use of tools like MathCityMap in classrooms and the introduction of math walks to support the educational community.

The main proposal of this work consists of the creation of several mathematical walks at the IES Rosa Chacel, in the Madrid municipality of Colmenar Viejo. There will be two tours for the 2nd and 4th ESO courses and one tour for 1st Baccalaureate. For this we have used the MathCityMap application, managing to bring a new approach to the teaching and learning of mathematics, making it more close to students.

Key words: Mathematical walk; outdoor learning; Secondary Education; Math learning; MathCityMap.

ÍNDICE

1. Introducción	3
2. Problema y objetivos	6
3. Marco Teórico	7
3.1. Definición y antecedentes	7
3.2. Objetivos y características de los paseos matemáticos	9
3.3. Tipos de paseos matemáticos	10
3.4. Realización y desarrollo de los paseos matemáticos	11
3.5. Creación de un paseo matemático	13
3.6. MathCityMap	15
3.6.2. MathCityMap en el contexto europeo	15
3.6.2. Creación de paseos matemáticos con MathCityMap	16
3.7. Recursos metodológicos	20
3.8. Competencias matemáticas PISA y los paseos matemáticos	23
4. Propuesta Didáctica	26
4.1. Contexto general del centro	26
4.1.1. Cuestionario al alumnado ante la resolución de problemas	27
4.2. Paseo por el Rosa Chacel 2º de ESO	31
4.3. Paseo por el Rosa Chacel 4º de ESO	41
4.4. Paseo por el Rosa Chacel 1º de Bachillerato	50
4.4.1. Encuesta sobre el paseo matemático	55
5. Conclusiones	60
Bibliografía	62

1. Introducción

Para la realización de este Trabajo de Fin de Máster nos centraremos en el desarrollo de varios paseos matemáticos con el objetivo de que puedan servir como apoyo didáctico en la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato tanto a la hora de impartir los diferentes bloques del temario como para sintetizar conocimientos anteriores. Para la realización de estos paseos nos apoyaremos en la herramienta de MathCityMap.

Con ello buscamos mostrar y transmitir los contenidos que marca la *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa*, así como los contenidos del *Real Decreto 1105/2014* con un enfoque más dinámico y distinto del habitual. Tratando de aumentar el interés del alumnado por las matemáticas haciéndolas más atractivas al ser los paseos matemáticos una actividad diferente y, en este caso, relacionada con la tecnología.

Los motivos más interesantes que nos han llevado a la elección de la elaboración de paseos matemáticos como actividad complementaria para la educación son los siguientes:

- **Motivar la realización de actividades fuera del aula** para poder tener una visión más práctica de lo que se aprende y poder utilizar los conocimientos teóricos en trabajo de campo. Se mejora de esta manera la conexión de lo aprendido en las clases con problemas reales más cercanos al alumnado.

Tratar problemas matemáticos de esta manera ayuda a que los alumnos relacionen mejor la teoría con sus múltiples usos en la realidad. Es decir, se busca que relacionen los conceptos aprendidos en el aula con el entorno con el objetivo de afianzarlos mejor. Se intentará dentro de lo posible trabajar con aquellos aspectos que vistos en clase resultan más abstractos y que, por tanto, más cuestan al alumnado.

- **Aumentar la variedad del material didáctico con problemas más cercanos al alumnado** para mejorar la comprensión de los contenidos matemáticos aprendidos en el aula.

La realización de un paseo matemático puede ayudar a romper con la rutina y acerca las matemáticas a los alumnos. De esta manera, conseguimos una mayor

variedad de material volviendo esta asignatura más interesante y fácil de comprender. Hay una famosa frase en la enseñanza de las matemáticas que dice: *“Si le preguntan a un borracho qué número es mayor, $2/3$ o $3/5$, no será capaz de responder. Pero si replantea la pregunta, ¿qué es mejor, 2 botellas de vodka para 3 personas o 3 botellas de vodka para 5 personas, Dirá claramente que 2 botellas para 3 personas.”*

- **Realizar actividades que supongan un reto para los alumnos.** Estas repercuten directamente en **mejorar la motivación** de los alumnos.

Es bien sabido que las matemáticas a medida que se complican producen una gran desmotivación en una importante parte del alumnado. La monotonía que tienen las clases de matemáticas no ayuda a cambiar esta tendencia. Se plantean normalmente ejercicios repetitivos que pueden ser poco estimulantes para la mayoría de los alumnos. La idea que perseguimos con estos paseos matemáticos es lograr conseguir ese punto extra de motivación gracias a factores como la gamificación y la salida del aula.

- **Realizar actividades transversales** para reforzar las conexiones entre asignaturas.

Los paseos matemáticos son un lugar ideal para realizar conexiones entre asignaturas. En muchos paseos la conexión entre las matemáticas y la historia es clara dado que podemos realizar una ruta o paseo por alguna zona que sea de interés histórico o cultural. Podremos así resolver problemas matemáticos a la vez que se presentan u observan datos históricos. Pero también podemos plantear de manera sencilla ejercicios relacionados, por ejemplo, con la física o la biología.

La propuesta expuesta en este trabajo es la realización de varios paseos matemáticos por el IES Rosa Chacel y sus alrededores, en el municipio madrileño de Colmenar Viejo, utilizando la aplicación MathCityMap. De esta manera se podrá observar el impacto y avance que suponen el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza, así como la realización de problemas mucho más cercanos a los alumnos.

Los paseos matemáticos que vamos a realizar estarán titulados como “Paseo por el Rosa Chacel” seguido del nombre del curso al que están dirigidos. El principal y más largo está dirigido a 1º de bachillerato y constará de 7 actividades. Se realizarán otros dos paseos más cortos destinados al alumnado de 2º ESO y 4º ESO, que tienen como objetivo

llevar a cabo contenidos del bloque de geometría y probabilidad del currículo respectivamente.

Hay dos puntos principales de interés a la hora de la realización de esta actividad. Por un lado, tenemos que esta se asienta sobre las bases de la gamificación y el desarrollo de actividades fuera del aula. Y por otro tenemos el uso de aplicaciones tecnológicas como MathCityMap, que aporta un nuevo enfoque a los paseos matemáticos volviéndolos más accesibles e interactivos.

Debido al uso de dicha aplicación todas las actividades se llevarán a cabo con la ayuda de un dispositivo móvil (normalmente un teléfono móvil o una tableta). Estas actividades servirán tanto para consolidar los conocimientos estudiados en el aula como ejercicios de síntesis o que supongan un reto para los alumnos. Para este último fin se puede introducir algún contenido no visto hasta el momento, pero relacionado con el tema y que pueda estar al alcance de los participantes. En nuestro caso, para poder solucionar la mayoría de estos problemas necesitaremos ayudarnos de una cinta métrica y una calculadora. La idea de permitir el uso de esta última para la resolución de los problemas es que nuestro interés reside en ver si extrapolan los conocimientos aprendidos en el aula al ámbito real. No estamos interesados en medir sus habilidades en el cálculo mental o ver si son rápidos haciendo cálculos u operaciones sino como aplican los conocimientos que han adquirido.

2. Problema y objetivos

Muchas veces se cuestiona si los conocimientos aprendidos en clase se pueden aplicar realmente fuera del aula. Además, vemos claramente que los alumnos tienen una grave ruptura entre las matemáticas y su uso en contextos no académicos. ¿Cuántas veces nos ha sucedido que un grupo de amigos no sabía cómo dividir una cuenta o interpretar las partes de una factura? Queremos, por tanto, no solo identificar si los alumnos tienen un buen rendimiento al aplicar los conocimientos adquiridos en clase, sino si son capaces de extrapolar esos conocimientos.

Para ello la idea es, por un lado, crear paseos matemáticos que se adecuen a los contenidos que se están cursando, pero también poder plantear estos como un repaso de contenidos y actividad de síntesis que hace que los alumnos creen conexiones entre lo teórico y sus posibles usos prácticos.

Además, queremos incluir el uso de distintos recursos tecnológicos fuera del aula. No restringiéndonos solo a los clásicos problemas de ordenador, sino tratando de juntar la tecnología que más usan (móviles y tabletas) con el aprendizaje curricular.

Por tanto, este trabajo persigue los siguientes objetivos:

- Creación de dos paseos matemáticos adecuados al contenido curricular de un bloque específico de los cursos de 2º de ESO y de 4º de ESO.
- Creación de un paseo matemático para alumnos de 1º de Bachillerato en el cual tengan que recurrir a conocimientos previos de cursos anteriores y aplicarlos a la realización de problemas.
- Estudiar el impacto que producen este tipo de actividades en el alumnado. Tanto en factores referidos a la acogida como a la adquisición de conocimientos matemáticos.
- Observar el efecto del uso de dispositivos móviles y herramientas tecnológicas como MathCityMap en los alumnos.

3. Marco Teórico

El objetivo del marco teórico reside en contextualizar una recolección de datos para conocer la relevancia de los paseos matemáticos, así como sus principales retos y oportunidades, para ver cómo se puede proyectar en el contexto educativo y cómo hacerlo funcionar en el aula. Para ello, vamos a revisar qué otros antecedentes se han investigado sobre este tema y en qué bases teóricas o corrientes educativas nos situamos.

3.1. Definición y antecedentes

Muchos docentes pensamos que la mejor manera de generar interés y motivación por el aprendizaje de matemáticas es observar y analizar la realidad que nos rodea. Las matemáticas dan respuestas a cuestiones que vemos o usamos en nuestro día a día, mediante el uso de técnicas o habilidades de razonamiento matemático que permiten comprender mejor el mundo en el que vivimos (Queralt, 2020).

Por tanto, las matemáticas deben considerar el entorno del alumnado, para favorecer su desarrollo personal y su integración en la sociedad. En relación con ello, los paseos matemáticos nos dan la oportunidad de desarrollar actividades motivadoras y transversales que incorporan tanto aspectos cognitivos como afectivos, a partir de contextos cercanos a los alumnos (Blanco y Blanco, 2020).

Se podría definir un paseo matemático como una actividad en la que el alumnado debe analizar, resolver y descubrir propiedades y tareas en lugares donde quizás no se esperarían (Shoaf, Pollack y Schneider, 2004). La resolución de estas actividades requiere la interacción con el lugar o el objeto donde se localiza la tarea, llevando a cabo un proceso de modelización matemática, que transforme la situación real en un modelo matemático (Ludwig y Jablonski, 2019).

Navas (2019) lo describe como una actividad que tiene como objeto “ayudar a comprender la belleza que se puede generar con un adecuado uso de formas y propiedades geométricas, y a entrenar nuestra mirada para captar las relaciones matemáticas que, a veces, se esconden en los objetos más inesperados” (p. 120).

La disciplina de los paseos matemáticos, es decir, una ruta por unos lugares específicos en los que se plantean tareas matemáticas tiene ya algunos años de antigüedad. Los primeros paseos matemáticos documentados se llevaron a cabo en Melbourne sobre el año 1980 con la intención de popularizar las matemáticas entre la sociedad y mostrar las posibilidades de los paseos para la enseñanza (Blane y Clarke, 1984). Esta actividad consistía en resolver una serie de tareas a lo largo de una ruta: encontrar un patrón circular de ladrillos en el suelo, prestar atención al reflejo de una catedral en un estanque, tratar de valorar la velocidad a la que corre el agua, numerar cuántas ventanas hay en la pared de un rascacielos, etc (Payo, 2020).

La idea de organizar paseos matemáticos conquistó a muchos docentes y se empezaron a realizar en diferentes ciudades, popularizándose así esta nueva actividad. Encontramos varios ejemplos como (Shoaf et al., 2004):

- Carole Greenes, de la Universidad de Boston, creó un paseo matemático en el centro de la ciudad, entregando a los participantes una guía con los aspectos históricos y matemáticos del paseo.
- Kay Toliver, profesora en Nueva York, guiaba a sus alumnos en paseos para descubrir las matemáticas de su vecindario escolar y después comentaban sus hallazgos en su vuelta al aula.
- Florence Fasanelli, Fred Rickey y Richard Torrington crearon un paseo matemático en Washington, dando la oportunidad a los turistas que visitaban este lugar a integrar una actividad matemática en su visita turística.

Aunque todas estas iniciativas fueron muy interesantes, los portales creados no tuvieron mucho éxito debido a la falta de posibilidades técnicas. Esto tuvo lugar años antes de que Google Maps o los Sistemas de Gestión de Contenidos existieran, por tanto, su elaboración fue más complicada tanto para creadores como para usuarios. Hoy en día la posibilidad de que los usuarios puedan inscribirse y crear un perfil en un portal web y otras nuevas tecnologías, como los códigos QR, se han incorporado al desarrollo de los paseos matemáticos mejorándolos considerablemente (Ludwig et al., 2019). En resumen, los paseos matemáticos han experimentado un resurgimiento gracias a los medios tecnológicos actuales, pudiendo formar parte del nuevo panorama educativo.

3.2. Objetivos y características de los paseos matemáticos

La creación de problemas de la vida cotidiana a partir de situaciones del entorno permite reflexionar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y procesos necesarios en su resolución, al ser abordados desde contextos más motivadores y sugerentes. Los paseos matemáticos implican inconscientemente la resolución de problemas, generando un metaconocimiento en los estudiantes que favorece su aprendizaje.

Los paseos matemáticos son, por tanto, un gran recurso para la divulgación y visualización de las matemáticas ya que nos permiten verlas en contextos diversos, con aplicaciones a los distintos ámbitos de la actividad humana y reflexionar sobre su importancia en el desarrollo de las sociedades humanas a lo largo de la historia.

Las rutas matemáticas son una oportunidad para trabajar los contenidos del currículo en un contexto real, mostrando así su utilidad, enriqueciendo de este modo las clases de matemáticas (Navas, 2019). Un paseo matemático anima a las personas a buscar, observar y utilizar las matemáticas en cualquier lugar (Payo, 2020). Además, los paseos permiten establecer relaciones entre los distintos contenidos del currículum, no solo de matemáticas, sino también de otras materias. También, mejoran las relaciones interdisciplinarias en el centro, así como el trabajo en grupo y el aprendizaje cooperativo y son muy motivadoras para el alumnado. De ahí la importancia de llevarlos a las aulas, de integrarlos como algo habitual y no como algo anecdótico y aislado.

Algunos de los objetivos de un paseo matemático son (Payo, 2020):

- Animar a los alumnos a valorar las matemáticas dándoles la oportunidad de descubrir sus aplicaciones en el mundo real.
- Perfeccionar el pensamiento crítico de los alumnos para que puedan crear y resolver sus propios problemas.
- Mejorar la capacidad de comunicación de ideas matemáticas.
- Estimular la motivación, el interés y el respeto.

Por otro lado, Shoaf, Pollack y Schneider (2004) designan a los paseos matemáticos con las siguientes características:

- Los paseos de matemáticas son para cada uno: Cada persona aprende y emplea las matemáticas de una forma distinta. El objetivo y el éxito de resolver los problemas es para uno mismo.
- Cooperativos y no competitivos: el propósito de los problemas es solucionarlos entre el grupo entero, no hallar soluciones correctas solas.
- Se autodirigen: los paseos matemáticos comienzan cuando un paseante está preparado y el tiempo es indefinido.
- Voluntarios: deben atraer primero y mantener a sus partícipes después. Por ello, si no es atractivo o interesante no se podrá hacer el paseo matemático.
- Oportunistas: se pueden realizar en cualquier lugar y aprovechar cualquier espacio: calle, barrio comercial, aparcamiento...
- Temporales: los paseos requieren de cambio de lugares porque precisan de mantenimiento y tiempo. Si un paseo matemático es igual durante bastante tiempo el interés por parte de los participantes disminuirá progresivamente.

3.3. Tipos de paseos matemáticos

En este momento vamos a observar los distintos tipos de paseos matemáticos que podemos encontrar (Navas, 2019, pp. 120-121):

1. **Los paseos de carácter divulgativo.** Este tipo de paseos están dirigidos a toda la población, su objetivo es mostrar, conocer y descubrir los distintos lugares que componen la zona donde se crea dicho paseo. A la hora de realizar la ruta hay que tener en cuenta que el perfil de los participantes puede ser muy variado. Es por esto, que los conceptos deben ser claros, llamativos e interesantes para captar la atención del usuario, así como despertar su curiosidad matemática.

Un claro ejemplo de este tipo de paseos es la Ruta Matemática por la Granada monumental <https://paseosmatematicos.fundaciondescubre.es/paseo-virtual/>, proyecto basado en el libro “Paseos matemáticos por Granada”. Este paseo, busca mostrar zonas de interés turístico de la ciudad de Granada mediante

un recorrido que muestra las relaciones que existen entre las matemáticas y los monumentos de la ciudad.

2. **Los paseos de carácter escolar.** Van dirigidos a un nivel concreto de alumnos. En este caso se cuenta con una formación matemática de los participantes más homogénea y las actividades a realizar deben abordar los contenidos matemáticos que los alumnos deben poner en práctica en el aula.
3. **Las yincanas o concursos.** Van destinados al alumnado escolar organizándolo en equipos. Cada grupo deberá superar los problemas planteados en cada estación del recorrido resolviéndolos sin ayuda del docente. El profesor únicamente se encargará de resolver las dudas que puedan surgir o de controlar que la actividad se está desarrollando de la manera adecuada.
4. **Paseos en entornos urbanos.** Las actividades se realizan en pueblos o ciudades.
5. **Paseos en entornos naturales.** Los paseos se llevarán a cabo por ejemplo en jardines, rutas de senderismo, parques, montes...
6. **Paseos diseñados por docentes.** Los docentes se encargan de diseñar las actividades para sus alumnos y se harán cargo de realizarlas. Las actividades dependerán del conocimiento que los estudiantes tengan, por lo que el tutor tendrá en cuenta la diversidad de estos.
7. **Paseos diseñados por alumnos.** Son los propios alumnos quienes planifican las actividades y, además, son los responsables de llevarlo a cabo.

Como puede observarse un paseo matemático puede ser considerado simultáneamente de varios tipos, pues las peculiaridades que definen cada tipo no son excluyentes. De esta manera, un paseo de carácter escolar puede ser una yincana diseñado por un docente y ser un paseo en un entorno urbano, que es fundamentalmente la tipología de los paseos que van a constituir la propuesta de innovación de este TFM.

3.4. Realización y desarrollo de los paseos matemáticos.

La preparación y desarrollo del paseo debe ser ideado como una tarea ordinaria dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, evitando que pueda ser considerado como una actividad extraescolar.

Su preparación requiere de la interacción de diferentes áreas, en función del lugar que se va a utilizar y de la información previa que se les dará a los participantes. Además, es imprescindible la disposición de los recursos manipulativos, tecnológicos y las aplicaciones específicas que se vayan a necesitar. En cualquier caso, habrá que ajustarlas al nivel de los estudiantes y a su entorno (Blanco et al., 2020).

Asimismo, en los paseos de carácter escolar es muy recomendable dedicar alguna sesión previa a la salida para preparar en el aula lo que se va a hacer en la actividad (Navas, 2019):

1. Qué se va a ver y con qué objetivos.
2. Repasar/trabajar contenidos necesarios.
3. Familiarizarse con la guía de observación.
4. Definir el producto final que pretendemos obtener.
5. Cómo se va a evaluar.
6. Organización de grupos (si los hubiera) y normas que van a regir durante el paseo
7. Materiales necesarios. Debe prepararse una maleta con los materiales e instrumentos necesarios para realizar las actividades.

En la fase de desarrollo es importante que los grupos de participantes ya dispongan del material necesario y que las tareas estén claramente definidas, secuenciadas, contextualizadas y justificadas en el marco cultural visible en el paseo (ver Figura 1). Durante el paseo, en cada parada, el trabajo se puede dividir en tres pasos: primero introducir el punto de interés; segundo comentar y motivar la actividad; y tercero realizar la actividad (Navas, 2019).

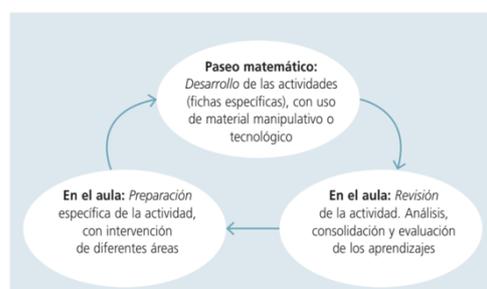


Figura 1. Fases para la creación de paseos matemáticos (Blanco et al., 2020).

Por último, es recomendable dedicar alguna sesión posterior a la salida al análisis de los resultados obtenidos (Navas, 2019). Es necesario que en la vuelta al aula los conocimientos, procesos y tareas propuestas se integren, analicen, consoliden y evalúen para permitir alcanzar los objetivos de aprendizaje. El alumno podría elaborar un informe final de lo que ha hecho para analizar las soluciones y consolidar así los paseos

matemáticos como una actividad útil y eficaz en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Blanco et al., 2020).

En cuanto a la duración del paseo, se aconseja que sea de una duración de alrededor de 2 horas con 4 o 5 paradas. En cada detención se pueden plantear dos actividades matemáticas. Dichas actividades deberían compaginar tareas de explicación y tareas más prácticas de resolución. El número de actividades de cada tipo dependerá del tipo de paseo que se vaya a hacer. Es aconsejable incluir en la preparación del paseo el tiempo que se va a dedicar a cada actividad y el tiempo que llevarán desplazarnos de una parada a otra (Navas, 2019).

3.5. Creación de un paseo matemático

1. Conocer el entorno en el que se va a realizar el paseo matemático.

Para la realización de un paseo matemático lo primero que debemos tener en cuenta es saber por qué lugar pensamos realizar la ruta. Lo siguiente que debemos hacer antes de comenzar a diseñar las actividades es conocer la zona por la que queremos crear el paseo y así descubrir qué recursos tenemos a nuestro alcance para poder desarrollar dicha actividad. Es imprescindible realizar una o varias salidas previas para conocer la zona, para poder crear las preguntas que más se amolden al entorno y a los elementos que lo componen. A veces un mismo elemento puede servir para estudiar varios tipos de preguntas y es interesante ver cómo podemos relacionarlas posteriormente.

2. Seleccionar los puntos de interés a lo largo del recorrido.

Una vez que conocemos la zona y lo que nos puede ofrecer, debemos realizar una tarea de selección y escoger de entre todos los recursos que hayamos encontrado aquellos que más se amolden al grupo al que se va a proponer que realice dicha actividad. Hay que tener en cuenta la duración del paseo, siendo lo más habitual y recomendado unas 2 horas. Esto es de vital importancia a la hora de seleccionar nuestras actividades pues por distancia puede que existan algunas actividades incompatibles, ya que se extienden de hora en su ejecución.

Una vez se ha tomado esta decisión debemos buscar por la zona elementos interesantes de los que podamos abstraer algún problema relacionado con las

matemáticas. Si es necesario tendremos que tomar medidas de algunos objetos para poder hallar la solución a los problemas que pensamos plantear.

3. Usar herramientas para crear el paseo matemático.

Una vez se ha realizado el trabajo y tras seleccionar los puntos de interés a lo largo de nuestro paseo, debemos darle forma, es decir, fijaremos el orden de las actividades en la ruta y recogeremos las actividades usando alguna herramienta como MapCityMap para poder pasar el paseo al plano tecnológico y facilitar su realización. En este paso lo más importante es tener claro las coordenadas de los lugares, así como las distintas actividades que lo componen y sus soluciones.

4. Realizar el paseo para así recopilar información para su correcto funcionamiento.

Realizaremos nosotros mismos y pondremos en práctica las actividades elaboradas durante la creación del paseo. En esta fase es interesante contar con otro docente o persona de apoyo que corrobore y opine también sobre si realmente la duración es la adecuada y si las preguntas son acordes al nivel de la población a la que nos dirigimos. Este paso nos sirve para pulir los detalles que nos queden abiertos y mejorar posibles defectos del paseo. Es un buen momento para ver cuáles son las posibles soluciones que pueden buscar los alumnos a los problemas y mejorar así los intervalos de acierto.

5. Evaluar el resultado que han tenido los participantes realizando las actividades.

Para saber si hemos conseguido transmitir alguno de los objetivos por los que elaboramos la ruta necesitamos evaluar a los participantes. En nuestro caso MathCityMap tiene integrada una función de gamificación que puede ayudarnos en esta tarea. Aunque también podemos pedir un formulario con las ideas y pasos que han realizado para llegar a la solución. Además, podemos pedir en una sesión posterior que los alumnos expliquen cómo han realizado los ejercicios.

6. Trabajo posterior en el aula para explicar todos aquellos aspectos que no han quedado totalmente claros.

Debemos aclarar, explicar y profundizar todos los conceptos vistos durante la ruta. El trabajo posterior en el aula desempeña un papel importante para poner en común las ideas de los distintos participantes. Esta puesta en común puede ser muy enriquecedora.

3.6. MathCityMap

MathCityMap es una aplicación dirigida a cualquier persona que quiera descubrir una perspectiva matemática del mundo. En este trabajo nos centraremos en el uso que se puede dar entre alumnos y profesores. Esta aplicación nos da la posibilidad de crear paseos matemáticos de una forma sencilla e intuitiva, así como compartirlos con otros usuarios para que el resto de la comunidad pueda tener acceso a ellos.

Los paseos que aparecen en esta herramienta se caracterizan principalmente por ser rutas matemáticas en las que se deben ir superando una serie de problemas matemáticos relacionados con los lugares u objetos que nos vamos encontrando a lo largo de un trayecto determinado. MathCityMap combina así la idea ya existente de los paseos matemáticos con todas aquellas posibilidades que nos pueden ofrecer las nuevas tecnologías. Esta combinación de elementos como la localización GPS o la retroalimentación instantánea genera una evolución de los paseos matemáticos tal y como se conocían, volviéndolos más accesibles, autónomos y llamativos para toda la población.

3.6.1. MathCityMap en el contexto europeo

Tras la investigación realizada en los apartados anteriores, vemos como el concepto de paseos matemáticos se ha enriquecido en la actualidad gracias a las posibilidades que proporcionan los dispositivos móviles para facilitar una guía a lo largo del paseo. Gracias a estos avances, la idea de los paseos matemáticos se considera aplicable dentro del entorno educativo.

En el año 2017 se inició el proyecto MoMaTrE (Mobile Math Trails in Europe), un plan Erasmus+ formado por siete socios de Eslovaquia, Francia, España, Portugal y Alemania. El objetivo fundamental es conjugar los paseos matemáticos con la utilización de tecnologías, como los teléfonos móviles para realizar materiales didácticos. El proyecto proporciona material y metodología para que los docentes puedan crear actividades matemáticas al aire libre y crea cursos para formar a universitarios con el fin de introducir en sus futuras clases actividades de matemáticas al aire libre con dispositivos móviles (Arroyo, 2018).

La comunidad MathCityMap evoluciona y se amplía constantemente y cada persona interesada puede unirse a ella. Actualmente, el sistema cuenta con once idiomas y lleva a cabo cursos de formación para profesores en diferentes países. En 2019, el portal ya contaba con más de 2.500 usuarios y cerca de 7.000 tareas que fueron creadas en más de 20 países diferentes (Ludwig et al., 2019).

Cualquier persona interesada puede conectarse a esta comunidad matemática de manera muy sencilla. La base para el uso del sistema es la inscripción en el portal web (www.mathcitymap.eu) y la descarga de la aplicación MathCityMap en el teléfono móvil (Ludwig et al., 2019).

3.6.2. Creación de paseos matemáticos con MathCityMap

Como vamos a observar a continuación el uso de su interfaz es muy sencillo e intuitivo. Para la creación de paseos con MathCityMap lo primero que debemos hacer es crear una cuenta en su página web (ver Figura 2, <https://mathcitymap.eu/es/>).

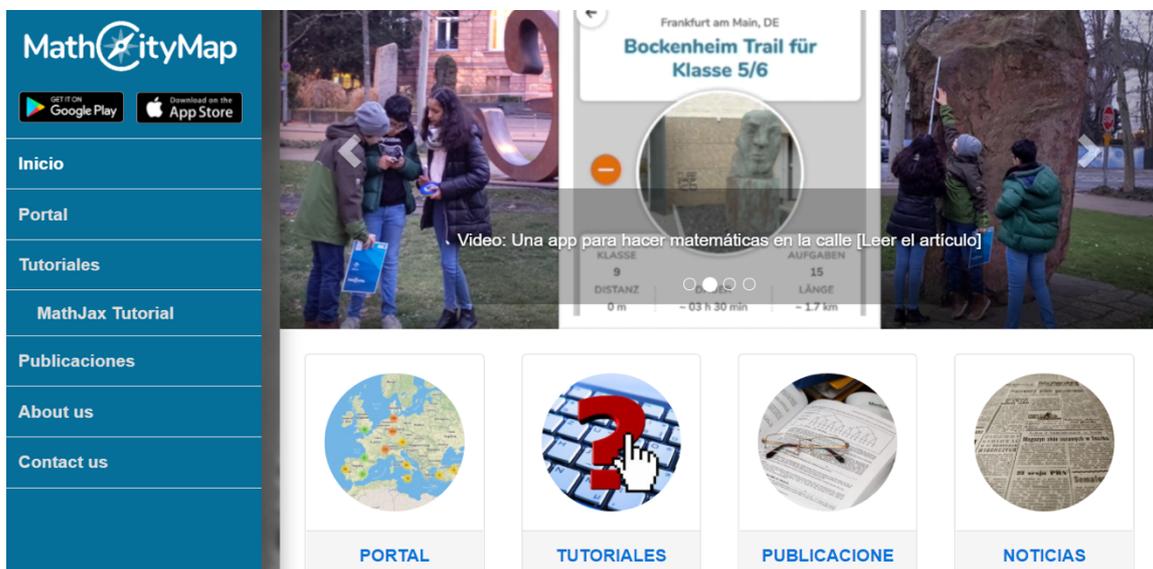
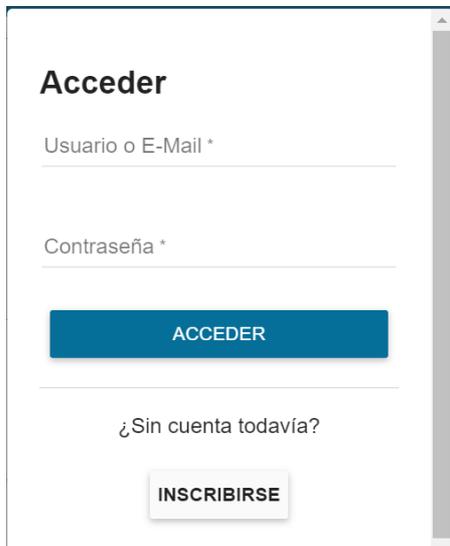


Figura 2. Página principal de MathCityMap (MathCityMap, 2021).

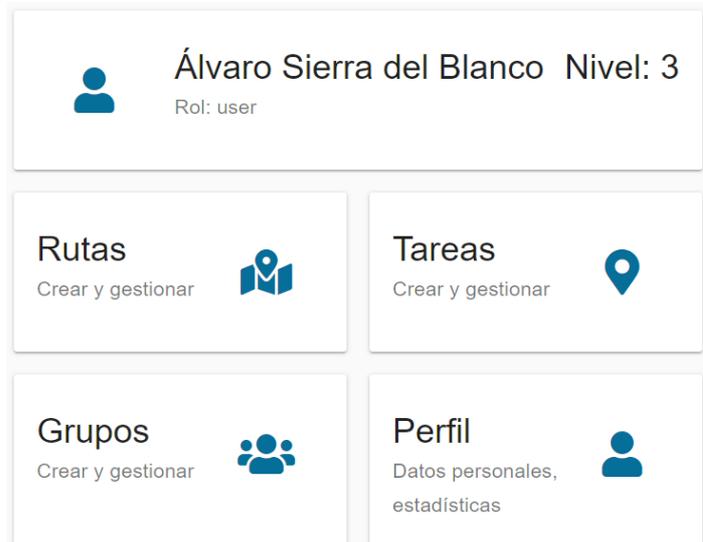
Entrando en Portal (ver Figura 4) nos dará la opción de registrarnos si aún no lo hemos hecho. La cuenta está asociada a un correo electrónico, y su creación es necesaria para poder aprovecharnos de todas las ventajas y poder crear tareas y rutas. Una vez

registrado, podremos acceder desde aquí a nuestra cuenta y gestionar nuestro perfil, las tareas, rutas y grupos (ver Figura 3).



Formulario de inicio de sesión con el título "Acceder". Incluye campos para "Usuario o E-Mail *" y "Contraseña *", un botón "ACEDER" y un enlace "¿Sin cuenta todavía?" con un botón "INSCRIBIRSE".

Figura 3. Inicio de sesión en MathCityMap. (MathCityMap, 2021).

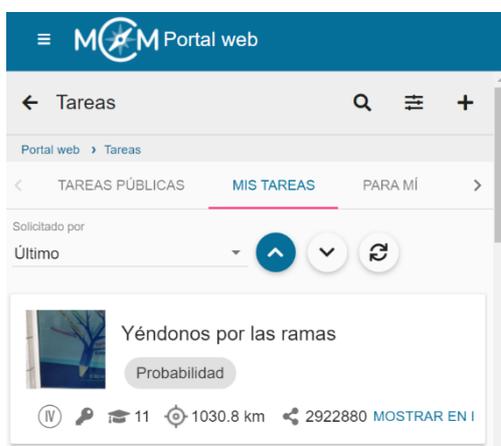


Vista del perfil de usuario de Álvaro Sierra del Blanco, Nivel: 3, Rol: user. Se muestran cuatro opciones de gestión: Rutas (Crear y gestionar), Tareas (Crear y gestionar), Grupos (Crear y gestionar) y Perfil (Datos personales, estadísticas).

Figura 4. Visión del perfil de usuario en portal (MathCityMap, 2021).

Tareas

Las tareas son cada una de las actividades de nuestro paseo matemático. Entrando en esta opción desde portal nos aparecerán todas las tareas que hemos creado, así como las tareas públicas creadas por otros usuarios.



Captura de pantalla de la interfaz de gestión de tareas. Muestra la barra de navegación "Portal web", el título "Tareas" y opciones de filtrado como "TAREAS PÚBLICAS", "MIS TAREAS" y "PARA MÍ". Se muestra una tarjeta de tarea con el título "Yéndonos por las ramas", el tema "Probabilidad", y estadísticas como 11 usuarios, 1030.8 km y 2922880 vistas.

Figura 5. Gestión de Tareas (MathCityMap, 2021).

Para la creación de estas actividades debemos entrar en la sección "Tareas" (ver Figura 5) desde "Portal" y hacer clic en el símbolo + que significa "nueva tarea". Se abrirá un formulario en el que deberemos rellenar varios campos, siendo algunos de ellos optativos. Lo primero que nos pedirá la aplicación es que incluyamos una imagen representativa de la tarea que queremos crear. Después, como campos obligatorios nos pide un

título para la tarea, un enunciado para el problema, la ubicación de este y que tipo de tarea es acompañado de una solución.

Entre los tipos de tarea podemos elegir intervalo, selección múltiple, valor exacto y rellenar los espacios en blanco. Diferenciar que elegir en cada momento es muy importante, debemos tener en cuenta que si se deben tomar mediciones a la hora de realizar las actividades es prácticamente seguro que van a diferir un poco de las nuestras, por lo que la inclusión de intervalos en la solución es obligatoria en estos casos. La aplicación nos permite poner un intervalo en el que se considera que la solución es acertada y otro en el que se considera que, aunque acertada, la solución se aleja demasiado del valor esperado.

Como último campo obligatorio, tendremos que indicar para a partir de que curso está indicada la tarea. Esto es realmente importante si queremos que nuestra tarea sea pública, ya que ahorra mucho tiempo al resto de miembros de la comunidad a la hora de consultar posibles ejercicios para sus rutas.

Como datos optativos podremos incluir pistas (es necesario que haya al menos dos para poder publicar la tarea). Su inclusión es realmente interesante, sobre todo si el paseo va a ser vigilado solo por un docente o sin se realiza por cuenta propia. Pues permite una autonomía mucho mayor y evita en muchos casos quedarse atascado en los problemas. Las pistas pueden ser en forma de texto, imagen o vídeo.

Se puede dar además una posible solución (obligatoria en el caso de querer hacer el paseo público). También es posible añadir que herramientas se requiere para la realización de la tarea, y para la mejor localización de estas a la hora de su búsqueda se pueden incluir metadatos y etiquetas.

Una vez completado el formulario la tarea estaría lista para su uso, solo faltaría guardarla, para ello presionamos sobre el botón “CREAR” y nuestra actividad aparecerá en la pestaña “MIS TAREAS” dentro del icono “Tareas”. Podemos ver desde aquí cualquiera de las tareas que hemos hecho y consultarlas, además de ser necesario podremos realizar modificaciones con la opción de editar la tarea.

Rutas

Las rutas es el nombre que le da la aplicación a los paseos matemáticos. Estas consisten en un conjunto de tareas, por lo que para crear una ruta debemos haber creado previamente al menos cuatro tareas, también podemos utilizar tareas públicas.

Para la creación de una nueva ruta entramos en el icono “Rutas” y seguidamente hacemos clic sobre el icono +. Nos aparecerá una pestaña en la que debemos rellenar un formulario donde debemos introducir los datos como el nombre y las características básicas de nuestra ruta. Además del nombre se nos pide una foto que identifique la ruta que vamos a crear y una pequeña descripción de esta, así como la localización.

Podemos también añadir ciertos “Parámetros” que nos permiten dar unas características determinadas a nuestra ruta. Entre los elementos que nos permite configurar están los siguientes:

- Gamificación. Con esta opción se nos permite otorgar puntos por las tareas resueltas a lo largo del paseo matemático volviéndolo más lúdico. Además de que de esta manera se fomenta la competición sana entre los alumnos.
- Mostrar soluciones de muestra. Esta opción permite que se vean las soluciones de las actividades que hemos planteado.
- Mostrar pistas. Esta opción habilita que se muestren las pistas de las actividades, lo cual como ya hemos mencionado anteriormente es muy interesante para la realización de los paseos de manera más autónoma.
- Validación de la respuesta. Esta opción permite retroalimentación para la solución dada, siendo naranja: resultado cercano, verde: resultado acertado y rojo: resultado erróneo. De esta manera los alumnos tienen claro cuál ha sido su grado de acierto en el momento de dar la solución.

Cada uno de estos elementos se puede activar o desactivar, dándonos así un abanico más amplio de opciones para personalizar nuestro paseo matemático.

Una vez rellenado el formulario y elegida la configuración que deseamos, presionamos sobre “CREAR” y nuestra ruta queda guardada, únicamente nos faltaría añadir las tareas que habíamos creado previamente, para ello seleccionamos el botón “AÑADIR TAREAS”, que nos lleva a una nueva pestaña donde aparecen las tareas que

hemos creado, así como algunas tareas públicas cercanas y escogemos aquellas que queremos que conformen nuestro paseo matemático.

Grupos

MathCityMap nos permite trabajar en equipo, pudiendo compartir con gente específica algunas de las tareas y rutas que hemos creado y pudiendo editarlas y mejorarlas entre todos. Para hacer uso de esta opción entramos en el icono “Grupos”, dónde se nos da la opción de crear un grupo nuevo, buscar un grupo o unirse a un grupo. Una vez creado el grupo podemos invitar a otros participantes pasándoles un código o unirnos al suyo introduciendo el código que nos faciliten.

Para crear un grupo solo tenemos que seleccionar el icono “Nuevo Grupo” que tiene forma de + e introducir un nombre al grupo que queremos crear. Para poder añadir gente debemos compartir el código propio a los usuarios que queremos que sean parte de este y ellos deben introducirlo.

Seleccionando sobre el grupo que hemos creado podemos ver los participantes que lo componen, así como el rol que tienen en el grupo. Además, hay dos pestañas más: “tareas compartidas” y “rutas compartidas”, en las que como su propio nombre indica se muestran las tareas y rutas que pueden ver todos los integrantes del grupo. Es la herramienta perfecta para poner en común las actividades que crea cada usuario, y así tener una lista de tareas conjuntas que se pueden usar posteriormente para crear paseos matemáticos en conjunto.

3.7. Recursos metodológicos

De acuerdo con el apartado g) del artículo 2 del Capítulo I del *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*, la *metodología didáctica* se define como el “conjunto de estrategias, procedimientos y acciones organizadas y planificadas por el profesorado, de manera consciente y reflexiva, con la finalidad de posibilitar el aprendizaje del alumnado y el logro de los objetivos planteados”.

La variedad de estrategias didácticas y métodos de enseñanza hacen posible el conseguir los objetivos de aprendizaje. Las estrategias seleccionadas para esta actividad, según los contenidos propuestos anteriormente, son las siguientes:

La principal herramienta metodológica va a ser el **aprendizaje basado en problemas**. Esta metodología consiste en una técnica didáctica caracterizada por promover el aprendizaje autodirigido y el pensamiento crítico. Los problemas son diseñados por el docente para lograr el aprendizaje de ciertos objetivos de conocimiento.

En este procedimiento, el profesor crea un escenario o plantea un problema ficticio para que los estudiantes intenten poner una solución. Así, el alumnado pondrá en práctica la autonomía y la responsabilidad por su propio aprendizaje. El profesor debe reflejar en esos escenarios situaciones de la vida real involucrando a los estudiantes para incorporar información relevante a su aprendizaje.

Por otro lado, se destaca la ejecución de **actividades fuera del aula**. En este tipo de acciones la ubicación juega un papel fundamental para fomentar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Algunas de las muchas razones por las que se hace crucial el trabajar fuera del aula son las siguientes: aumenta el trabajo cooperativo, estimula la creatividad y rompe con la monotonía de la clase, es decir, favorece la motivación, la participación y la implicación del alumnado al sacarlo de la rutina. Los estudiantes, por tanto, ven la actividad de una manera mucho más estimulante al no tener que estar sentados y encerrados entre cuatro paredes (Melgar y Donolo, 2011).

Las actividades fuera del aula son un instrumento didáctico que se lleva utilizando durante años. Su éxito se debe principalmente a que ayuda a conseguir que el alumnado se relacione con escenarios reales y, por tanto, viva situaciones de la vida cotidiana que le ayuden a entender el por qué y para qué sirven determinados conceptos matemáticos que en el aula no son capaces de visualizar con claridad.

Debemos especificar que no se trata solamente de salir del aula, sino que para que funcionen estas actividades es importante contextualizar, explicar, reforzar o potenciar aquellos aspectos que se ven en clase previamente. Así, el alumno podrá entenderlos con

mayor exactitud y conseguir una serie de cualidades que favorecerán su proceso de aprendizaje. Algunos de estos beneficios son:

- Desarrollar una mayor implicación con el entorno.
- Mejorar el rendimiento académico.
- Fomentar la motivación.
- Aumentar el desarrollo de las habilidades creativas.
- Perfeccionar la competencia social.
- Estimular la participación.

Los motivos anteriores hacen de las actividades fuera del aula un referente entre las metodologías didácticas. Esta estrategia rompe con la monotonía educativa de una forma innovadora, creando en el alumnado una predisposición a participar e involucrarse en el ejercicio, lo que lleva a una mejora en el aprendizaje. Por consiguiente, esta metodología es un recurso atractivo y divertido tanto para el alumnado como para el docente, quien en muchas ocasiones también se ve beneficiado por las razones anteriormente expuestas.

Podemos considerar que cada una de las tareas de nuestro paseo es una estación y estamos **trabajando por estaciones**. Se basa en el desarrollo de múltiples actividades de manera simultánea por las que van rotando los estudiantes. Este sistema sirve para hacer que el alumnado trabaje con la máxima autonomía durante las actividades y poder atenderles de manera más individualizada, pudiendo así prestar más atención a la diversidad del alumnado. Se consigue un mayor sentimiento de protagonismo durante el aprendizaje.

Otra de las técnicas que se van a utilizar es la **gamificación**, que consiste en trasladar la mecánica de los juegos al ámbito educativo con el fin de conseguir mejores resultados. Mediante la actividad en forma de juego se va a facilitar a los estudiantes la interiorización de conocimientos de una forma más divertida, generando una experiencia positiva. Con esta metodología se consigue motivar a los alumnos, desarrollando un mayor compromiso e incentivando el ánimo de superación.

Por último, nos gustaría afianzar el **aprendizaje cooperativo**. Este es un enfoque interactivo de organización del trabajo en el aula en el cual los alumnos son responsables de su aprendizaje y del de sus compañeros. Agrupar a los estudiantes impactando en su aprendizaje de una manera positiva. Trabajar en grupo mejora la atención, la implicación y la adquisición de conocimiento. Es por ello es que las actividades que se van a realizar en esta propuesta didáctica se realizarán en grupos de 2-4 personas para que cada miembro pueda adquirir su propio rol y todos puedan interactuar y trabajar de forma coordinada.

3.8. Competencias matemáticas PISA y los paseos matemáticos.

Las competencias de formación académica se conforman en elementos determinantes para establecer su calidad y su evaluación. El estudio PISA enfatiza que la educación debe centrarse en la adquisición de unas competencias determinadas, que tienen como fin crear ciudadanos alfabetizados matemáticamente. Las competencias muestran los modos en que los estudiantes actúan cuando hacen matemáticas (Niss, 2002).

-Pensar y razonar: Esta será una de las dos principales competencias que vamos a tratar en el trabajo. Esta actividad conlleva resolver preguntas exploratorias e indagadoras acerca de lo que es posible, lo que puede suceder bajo ciertas condiciones, cómo proceder para investigar una situación y analizar lógicamente las conexiones entre los elementos de un problema.

En la mayoría de las actividades tendrán que pensar y razonar como tomar y cuáles son las medidas necesarias para resolver el problema. Además, en algunas de las pruebas no se están enfrentando a actividades que hayan resuelto previamente, por ejemplo, en la actividad *pelotazos por la fachada*, los alumnos deben razonar que el espacio muestral es el área de la fachada y los sucesos favorables el área de las ventanas.

-Argumentar: para la alfabetización matemática es necesaria una argumentación lógica y formal. De esta manera podremos justificar y demostrar nuestros razonamientos para analizar matemáticamente un proceso y verificar los resultados. Se entregó a los alumnos

un dossier donde debían apuntar los pasos realizados en cada ejercicio argumentando porqué realizaban cada uno de ellos.

-Comunicar: la alfabetización matemática forma parte de la comunicación humana. Cuando percibimos un reto, reconocemos y comprendemos una situación problemática. Por tanto, su lectura y descodificación, nos ayuda con la comprensión, clarificación y resolución del problema.

Tras realizar los paseos matemáticos se ha pedido a los grupos que expongan como han realizado los problemas tanto a los profesores como al resto de compañeros. Trabajando así esta competencia de manera posterior a la resolución del paseo. Aquí entra también en juego la competencia de argumentar.

-Modelizar: capacidad del alumno para establecer conexiones que le permitan moverse cómodamente entre el mundo real donde surgen los problemas y el mundo matemático donde los problemas son analizados y resueltos. Por tanto, permite traducir la realidad a una estructura matemática. Los modelos matemáticos nos hacen reflexionar y analizar sus resultados en relación con el mundo real. Varios de los problemas necesitan pasar de los modelos reales que vemos a modelos matemáticos que podemos calcular.

-Plantear y resolver problemas: definir y clarificar un problema es un paso muy importante para su resolución. La alfabetización matemática nos capacita para poder pensar y analizar los problemas, facilitando así su formulación. Esto implica reconocer similitudes con otros problemas realizados anteriormente y enlazar y aplicar nuestros conocimientos. Esta es la otra de las competencias que más se va a tratar, ya que toda la actividad está enfocada a la realización de problemas en situaciones poco habituales para el alumnado, presentando así estos un reto mayor.

-Representar: capacidad de utilizar y manipular diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos y situaciones. Esto conlleva la selección e interpretación para captar una situación e interactuar con un problema. Estas representaciones incluyen gráficos, imágenes, descripciones textuales y materiales concretos.

-Utilizar el lenguaje simbólico, formal, técnico y las operaciones: consiste en descodificar el lenguaje simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural. Es decir, la capacidad de manejar y trabajar con símbolos y fórmulas asociados a los procesos matemáticos.

-Emplear soportes y herramientas tecnológicas: implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías para alcanzar los objetivos relacionados con el aprendizaje. Nos permite resolver problemas conceptuales y técnicos a través de los medios digitales. En este caso vamos a hacer uso de un móvil y de la aplicación MathCityMap.

4. Propuesta Didáctica

Para este trabajo de fin de máster se plantearon 3 propuestas didácticas. Por un lado, tenemos dos paseos matemáticos realizados como parte del currículo propio del curso para 2º de ESO y 4º de ESO. Por otro lado, se realizó un paseo con el curso de primero de Bachillerato cogiendo algunas de estas actividades que sirvió como refuerzo y actividad lúdica. Este último paseo no está enfocado en ninguna parte concreta del currículum y puede ser interesante su realización por alumnos de cursos más avanzados, incluyendo estudiantes de grado.

Todos los paseos propuestos se llevaron a cabo por el IES Rosa Chacel y sus inmediaciones. Todos han sido diseñados con la herramienta anteriormente expuesta MathCityMap.

4.1. Contexto general del centro

La propuesta didáctica se desarrolló en el I.E.S. Rosa Chacel durante las semanas del 15 de marzo de 2021 al 27 de abril de 2021. Este centro se encuentra situado en la localidad de Colmenar Viejo, en la zona norte de Madrid. Se fundó en el curso 1992/93 bajo los valores del dinamismo, la capacidad de adaptación y la apertura a la innovación.

El IES Rosa Chacel está marcado por situarse en una zona que tiene dos áreas socioeconómicas bien diferenciadas de Colmenar Viejo. Por un lado, tenemos unas urbanizaciones de casas bajas con un nivel económico medio-alto y por otro una zona que tiene más dificultades, con unos niveles socioeconómicos más bajos y un mayor índice de inmigración. Esta situación hace que el instituto se haya formado en base a la diversidad que debía atender.

Se fundó con el objetivo de cubrir las necesidades de la población creciente en la zona norte de Madrid, dónde en ese momento solo existían un centro de FP y otro de Bachillerato. Esta zona, al ser más rural, tenía un carácter mucho más conservador y tradicional, por lo tanto, uno de los desafíos del centro era ser capaz de introducir dinamismo, capacidad de adaptación y la apertura a la innovación. A día de hoy el centro

es considerado un referente en la zona norte de Madrid como modelo de participación y acción educativa.

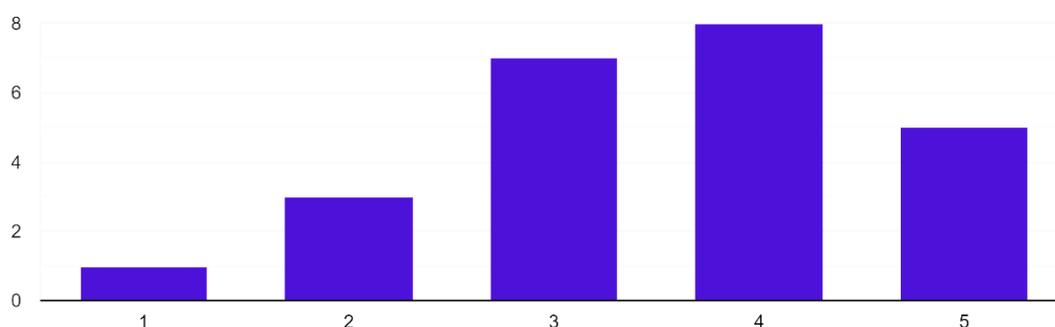
El instituto destaca principalmente por ser un centro de innovación tecnológica y por contar con un plan de Bachillerato Internacional. En este sentido parece un lugar ideal para llevar esta propuesta a cabo dado que dentro de la propia programación del centro está contemplado que al menos un 25% de las actividades de secundaria de la materia de matemáticas en la ESO se desarrollen con TIC. Debido a la situación del coronavirus este porcentaje se ha visto menguado por la dificultad del uso continuo de las salas de ordenadores, por lo que la propuesta fue muy bien acogida para poder volver a ampliar las horas de este tipo de actividades.

4.1.1. Cuestionario al alumnado ante la resolución de problemas

Se realizó un cuestionario a los estudiantes de un grupo de 24 alumnos de 1º de bachillerato internacional para ver cuál era su actitud y sus pensamientos hacia la resolución de problemas y el planteamiento de retos. La encuesta se realizó mediante formularios de Google por vía online.

Cada cuestión está puntuada del 1 al 5, significando 1 poco o totalmente en desacuerdo y 5 mucho o totalmente de acuerdo. Las preguntas con sus resultados fueron las siguientes:

Te planteas problemas de ámbito académico fuera del horario lectivo.
24 respuestas

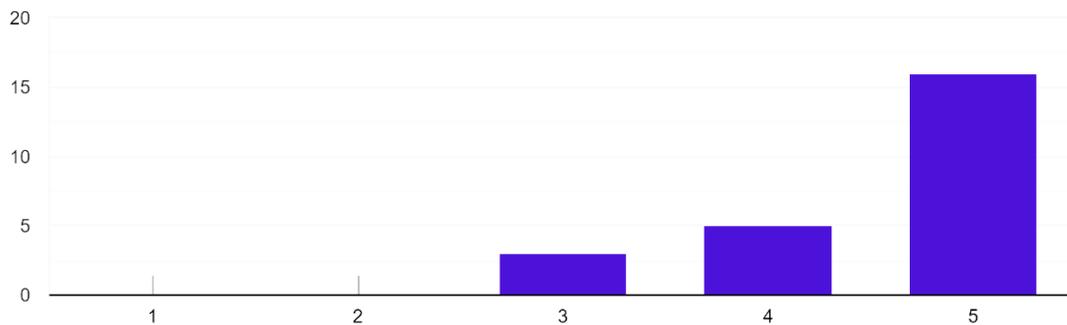


Queda bastante reflejado que en general son un grupo curioso. Los jóvenes de su edad no suelen plantearse este tipo de cuestiones fuera del aula. Esto se veía también

reflejado en el día a día, puesto que los alumnos muchas veces me planteaban cuestiones de todo tipo y me animaban a participar en los trabajos de exploración (trabajos en los que debían investigar sobre un tema elegido por ellos para una asignatura concreta) dándoles ideas o pasando sus cuestionarios.

¿Consideras estimulante enfrentarte a un reto?

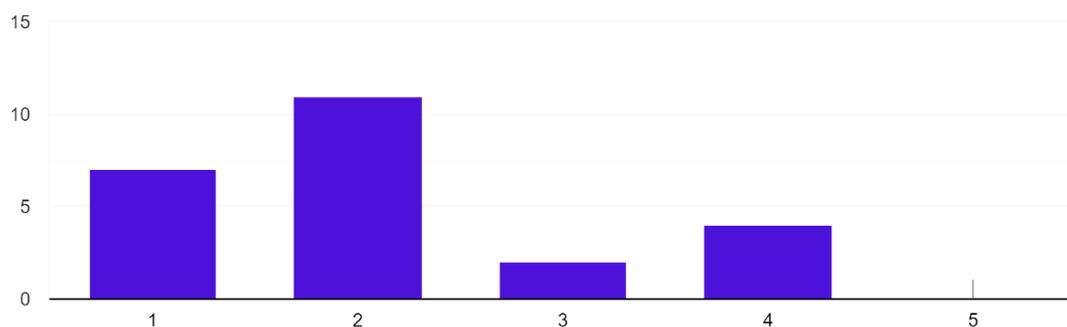
24 respuestas



Vemos aquí claramente reforzado lo anterior. Aunque algunos se hagan menos preguntas fuera del ámbito lectivo queda claro que la gran mayoría consideran muy estimulante enfrentarse a retos, como va a ser en este caso la resolución de varios problemas que requerirán de múltiples conocimientos previos.

Si después de mucho pensar no resuelves un problema, ¿consideras que has perdido el tiempo?

24 respuestas

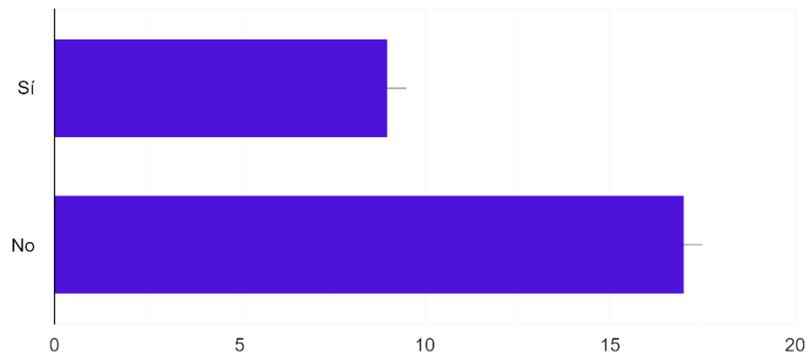


Podemos observar que los alumnos consideran en general que el simple hecho de dedicar tiempo a la reflexión de un problema está bien y no es una pérdida de tiempo. Esta es probablemente una de las actitudes más importantes a la hora de enfrentarnos a retos, debemos saber que, aunque no lleguemos a una solución, el simple hecho de estar poniendo nuestro cerebro a funcionar nos hace entender muchas relaciones y nos estimula

en nuestro aprendizaje. Esta actitud es muy importante también de cara a la investigación científica que puede que estos alumnos realicen en un futuro.

¿Crees que existen problemas sin solución? No nos referimos a que se llegue a la conclusión de que no exista un resultado concreto sino al hecho de ni siquiera poder llegar esta conclusión.

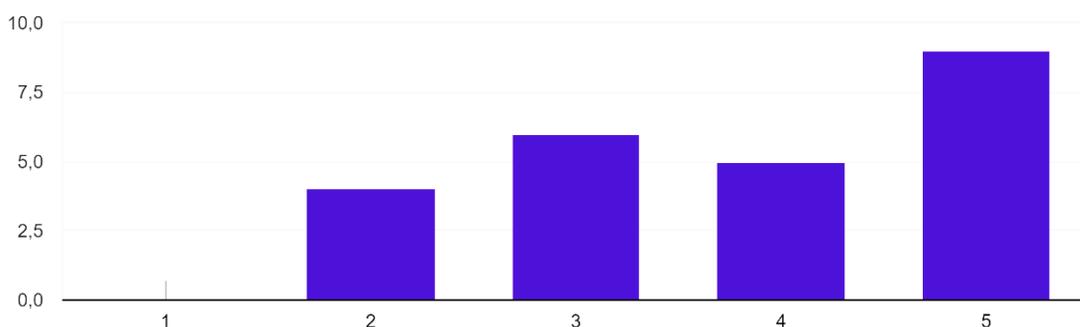
24 respuestas



Esta pregunta está planteada un poco en relación con la anterior y por el hecho de que en Teoría del Conocimiento estaban estudiando la parte de axiomas, por lo que me pareció interesante ver cuántos respondían afirmativamente a la pregunta. Podemos ver que tan solo un tercio de la clase tiene claro que hay problemas que dependiendo de los axiomas que utilicemos no puede obtenerse un resultado.

Son los problemas de matemáticas útiles para situaciones cotidianas de la vida.

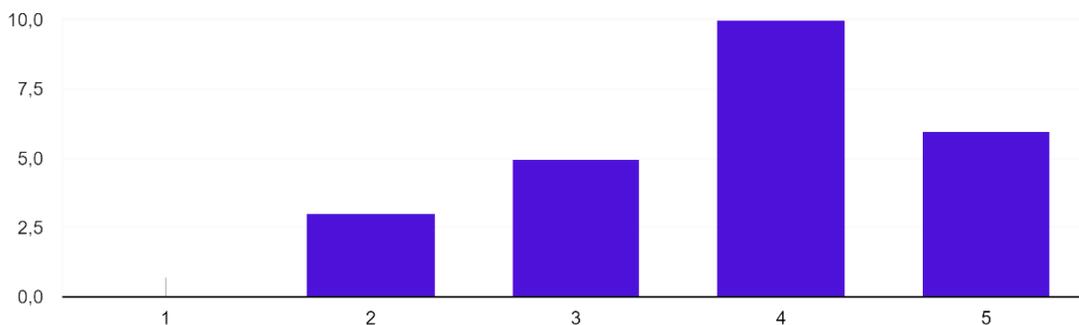
24 respuestas



Aunque gran parte opinan que los problemas de matemáticas sí que son útiles para la vida cotidiana está claro que hay muchos que piensan que no demasiado. Este es un buen punto de partida para la realización de los paseos matemáticos, ya que, aunque los problemas que hay en ellos pueden parecer muy académicos nos ayudan a empezar a ver las relaciones entre las matemáticas y la realidad.

Se puede aprender matemáticas en la calle.

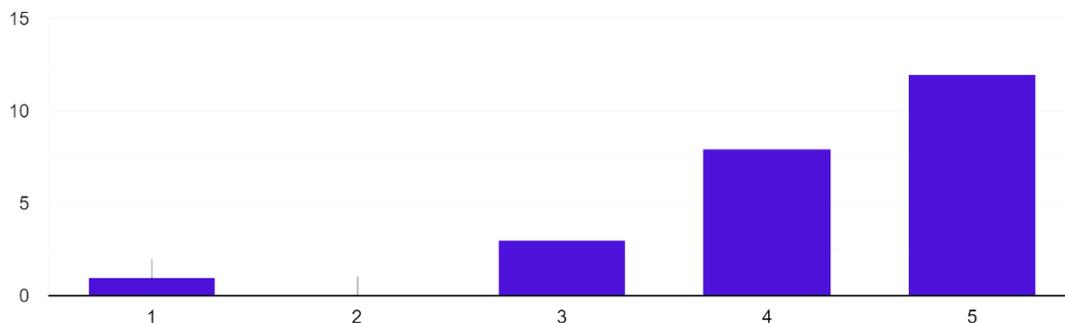
24 respuestas



Es curioso ver que pocos alumnos estaban en desacuerdo con esta afirmación, me dijeron además posteriormente que es algo que les agradaría, ya que sienten que pasan muchas horas al día encerrados en clase y luego en casa estudiando. Piensan que es algo que ayudaría a romper un poco con la monotonía del instituto y que les estimularía bastante a la hora de aprender.

El mundo que nos rodea se puede modelizar con las matemáticas.

24 respuestas



Contrasta el hecho de que a pesar de que varios opinan que los problemas de matemáticas no están muy relacionados con la vida cotidiana la gran mayoría sí que cree que el mundo que nos rodea se puede modelizar mediante fórmulas. Esto se debe que probablemente cuando piensan en problemas de la vida cotidiana se van a cuestiones que no tienen tanto que ver con las matemáticas.

Viendo las respuestas que hemos obtenido parece claro que es un buen curso donde realizar un paseo matemático. Son alumnos que van a estar muy interesados en resolver problemas a los que no suelen enfrentarse y a los que la realización de esta actividad les va a aportar mucha motivación.

En contraste uno de los dos grupos de 2º de ESO donde se va a realizar la actividad está compuesto por alumnos con menor motivación por las matemáticas, por lo que podremos observar también como afectan los paseos matemáticos a alumnos que no tienen tanto interés por la asignatura.

4.2. Paseo por el Rosa Chacel 2º de ESO

El primer paseo se llevó a cabo con dos grupos de 2º de ESO. La duración de este era de una clase más parte del tiempo del recreo, es decir unos 65 minutos. Está formado por 5 actividades que buscan abarcar los siguientes contenidos de los bloques de *Geometría y Procesos, métodos y actitudes* de este curso:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Planificación del proceso de resolución de problemas. 2. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. 3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de	(C.E.P.1) Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. (C.E.P.2) Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. (C.E.P.3) Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos,	2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. 4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas

<p>la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.</p> <p>4. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p> <p>5. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.</p> <p>6. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p> <p>7. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>b). la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;</p> <p>c). facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;</p> <p>f). comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p>geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>(C.E.P.4) Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos.</p> <p>(C.E.P.5) Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>(C.E.P.6) Utilizar los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.</p>	<p>importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.</p> <p>6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo</p>
---	---	--

		<p>y a la dificultad de la situación.</p> <p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente</p> <p>11.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.</p> <p>12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>
--	--	--

Bloque 3. Geometría		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.</p> <p>2. Semejanza: figuras semejantes.</p> <p>3. Poliedros y cuerpos de revolución. Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación.</p> <p>4. Áreas y volúmenes. Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros. Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico.</p> <p>5. Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.</p>	<p>(C.E.G.1) Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.</p> <p>(C.E.G.2) Resolver problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>(C.E.G.3) Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.</p> <p>(C.E.G.4) Analizar distintos cuerpos geométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) e identificar sus elementos característicos (vértices, aristas, caras,</p>	<p>1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.</p> <p>1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.</p> <p>1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.</p> <p>2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.</p> <p>3.1. Comprende los significados aritmético y</p>

	<p>desarrollos planos, secciones al cortar con planos, cuerpos obtenidos mediante secciones, simetrías, etc.).</p> <p>(C.E.G.5) Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p> <p>(C.E.G.6) Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.</p>	<p>geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo.</p> <p>3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.</p> <p>4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.</p> <p>4.2. Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza.</p> <p>5.1. Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado.</p> <p>6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.</p>
--	---	---

Actividades Paseo Matemático 2º ESO:

Estas son las actividades que componen esta ruta:

Actividad 1: La papelera Roja

Problema: A la entrada de la puerta del patio hay una papelera roja. ¿Qué volumen de basura (medido en cm^3) cabe en la papelera? (ver Figura 6)

Pista 1: La fórmula del volumen de un cilindro es el área de la base (πr^2) multiplicado por su altura.

Pista 2: La papelera no es un cilindro completo.

Pista 3: Si queremos el volumen interior el radio debe medirse hasta el borde interno.



Figura 6. Papelera roja.
Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Debemos medir el radio de la papelera por el lado interior. Ya que estamos preguntando por el volumen del interior de la papelera. Después podemos aplicar la fórmula del volumen de un cilindro

Criterios de evaluación tratados: C.E.G.1, C.E.G.2, C.E.G.3, C.E.G.4, C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.P.4, C.E.P.5, C.E.P.6.

Actividad 2: Madera para un banco

Problema: Por varias zonas del patio podemos encontrar bancos parecidos al de la imagen. Si suponemos que la densidad de la madera de estos bancos es de $0,0005 \text{ kg por cada cm}^3$. ¿Cuántos kilos de esta madera necesitamos para hacer un banco? (ver Figura 7)

Pista 1: Tened en cuenta que solo hace falta medir los tablones pues el resto es de metal.

Pista 2: Recordemos que la masa se puede calcular multiplicando el volumen por la densidad.



Figura 7. Banco verde. Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Debemos medir el ancho, alto y largo de uno de los tablones. Con estas medidas hallamos el volumen y como los tres tablones son iguales lo multiplicamos por 3. Multiplicamos ahora el volumen de toda la madera del banco por la densidad, llegando así a la masa de la madera.

Criterios de evaluación tratados: C.E.G.1, C.E.G.2, C.E.G.3, C.E.G.4, C.E.G.5, C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.P.4, C.E.P.5, C.E.P.6.

Actividad 3: ¿Cuánta cuerda hace falta?

Problema: Las redes de las porterías del patio están ya viejas y hemos decidido cambiarlas. Pero no sabemos qué cantidad de cuerda necesitamos, como el presupuesto que tenemos no es muy alto no podemos pasarnos comprando cuerda. ¿Cuál es la longitud medida en metros de cuerda de la portería? (ver Figura 8)

Pista 1: Contar el número de cuerdas puede ser una buena idea.

Pista 2: Quizá se pueden medir y contar dividiendo la portería en 3 secciones. Por un lado, la longitud de cuerda correspondiente a cada lateral de la portería y luego lo mismo con la parte central.

Pista 3: Cada una de las secciones de la pista 2 tendría forma rectangular.



Figura 8. *Portería patio.* Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Las cuerdas verticales de los laterales miden dos metros y las horizontales uno. Si contamos en uno de los laterales vemos que hay 10 cuerdas verticales y 20 cuerdas horizontales, es decir, 40 metros de cuerda, que multiplicados por dos laterales hacen 80 metros. En la sección central tenemos que las hay 29 cuerdas tanto verticales como horizontales y que cada una de ellas mide 3 metros.

Criterios de evaluación tratados: C.E.G.1, C.E.G.2, C.E.G.3, C.E.G.4, C.E.G.5, C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.P.4, C.E.P.5, C.E.P.6.

Actividad 4: Medidas en perspectiva

Problema: Todos sabemos que cuando vemos una imagen en una foto, las cosas más lejanas, aunque sean más grandes pueden salir muy pequeñas. Si medimos en la pared la distancia entre el primer y el segundo canalón (línea azul) nos dará la distancia real de ese segmento de la pared. ¿Cuánto mide en metros el total de la pared que podemos ver en el dibujo? (ver Figura 9)

Pista 1: Ten en cuenta que en el resto de los segmentos la distancia que medimos no es la correspondiente con la realidad.

Pista 2: Cada segmento de pared tiene 6 ventanas. Eso te puede ayudar a medir cuantos segmentos hay en total.

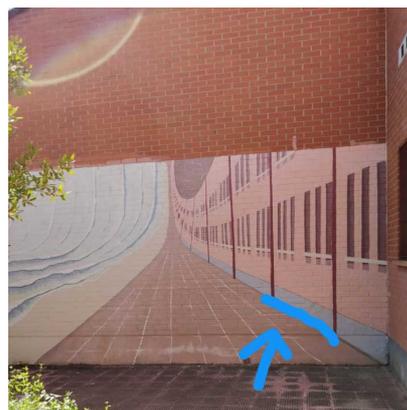


Figura 9. *Mural*. Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica.

Posible solución: Para resolver este ejercicio nos vale con medir la longitud indicada en azul, a ser posible del comienzo de un canalón al comienzo del siguiente. Después por el número de ventanas nos damos cuenta de que hay 16 secciones y media. Por tanto, multiplicamos la medida tomada por este número y obtenemos así cuanto mide el total de la pared.

Criterios de evaluación tratados: C.E.G.1, C.E.G.2, C.E.G.3, C.E.G.4, C.E.G.5, C.E.G.6, C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.P.4, C.E.P.5, C.E.P.6.

Actividad 5: Rellenando contenedores

Problema: Al lado del instituto hay varios contenedores juntos, uno de ellos tiene una forma peculiar. Suponiendo que rompemos el vidrio que depositemos en él de manera que encajen bien todas las piezas sin dejar huecos, ¿qué volumen de vidrio en metros cúbicos puede albergar el contenedor? (ver Figura 10)

Pista 1: Aunque el interior sea una esfera por fuera tiene patrones que nos pueden ayudar a medir el contenedor.

Pista 2: Puede ayudarte recordar que el volumen de una esfera es cuatro tercios de pi por el radio al cubo.



Figura 10. Contenedor verde. Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Podemos medir la longitud del lado de uno de los pentágonos y de uno de los hexágonos regulares por los que está formado el exterior del contenedor. El ecuador de la esfera tiene de longitud justamente cinco lados de pentágono y cinco lados de hexágono por lo que teniendo el perímetro podemos hallar el radio sabiendo que este es el perímetro entre dos veces pi. Con este dato nos vale ahora con aplicar directamente la fórmula del volumen de la esfera.

Criterios de evaluación tratados: C.E.G.1, C.E.G.2, C.E.G.3, C.E.G.4, C.E.G.5, C.E.G.6, C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.P.4, C.E.P.5, C.E.P.6.

4.3. Paseo por el Rosa Chacel 4º de ESO

Esta ruta está enfocada a alumnos de 4º de ESO que hayan cursado la unidad de probabilidad. El paseo matemático será sencillo dado que en principio solo se dispone de 50 minutos para su realización, por lo que contará solamente de 5 actividades. Se van a tratar los siguientes puntos del currículo correspondientes a los bloques 1 y 5 de 4º de ESO:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Planificación del proceso de resolución de problemas. 2. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado: (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. 3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.	<p>(C.E.M.1) Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>(C.E.M.2) Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>(C.E.M.3) Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales,</p>	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 3.1 Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. 6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad,

<p>4. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.</p> <p>5. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.</p> <p>6. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p> <p>7. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>b). la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.</p> <p>c). facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.</p> <p>f). comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p>estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>(C.E.M.4) Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.</p> <p>(C.E.M.5) Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>(C.E.M.6) Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p>(C.E.M.7) Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión</p>	<p>susceptibles de contener problemas de interés.</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>7.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.</p> <p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p>
---	--	--

	<p>de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.</p>	<p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.</p> <p>11.4. Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.</p> <p>12.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.</p>
--	---	---

Bloque 5. Estadística y Probabilidad

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.</p> <p>2. Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes.</p> <p>3. Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.</p> <p>4. Probabilidad condicionada.</p> <p>5. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística.</p>	<p>(C.E.P.1) Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas.</p> <p>(C.E.P.2) Calcular probabilidades simples o compuestas aplicando la regla de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias.</p> <p>(C.E.P.3) Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación.</p>	<p>1.2. Identifica y describe situaciones y fenómenos de carácter aleatorio, utilizando la terminología adecuada para describir sucesos.</p> <p>1.3. Aplica técnicas de cálculo de probabilidades en la resolución de diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana.</p> <p>1.4. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones.</p> <p>1.5. Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.</p> <p>2.1. Aplica la regla de Laplace y utiliza estrategias de recuento sencillas y técnicas combinatorias.</p> <p>2.2. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos utilizando, especialmente, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia.</p> <p>2.3. Resuelve problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada.</p>

		<p>2.4. Analiza matemáticamente algún juego de azar sencillo, comprendiendo sus reglas y calculando las probabilidades adecuadas.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar.</p>
--	--	--

Actividades Paseo Matemático 4º ESO

El desarrollo del paseo matemático se llevará a cabo con la aplicación MathCityMap durante una sesión de 50 minutos. El día previo se pedirá a los estudiantes que traigan descargada esta aplicación, así como se requerirá que dispongan de al menos una cinta métrica por grupo. Al comienzo de la actividad se les entregará un dossier en el que podrán hacer las cuentas que consideren necesarias, así como apuntar los resultados.

El paseo consta de 4 pruebas/actividades, cada grupo empezará en una de ellas por orden ascendente y en caso de bloqueo podrán pasar a la actividad siguiente. Una vez resuelto cada problema deberán ingresar el resultado en la aplicación para que esta les indique si han acertado. Estas actividades recogen un sistema de puntuación por fallos y acercamiento a la respuesta correcta. La sesión siguiente a la realización de la actividad cada grupo deberá exponer como ha resuelto los problemas.

Actividad 1: Pelotazos por la fachada

Problema: Nos encontramos en la fachada oeste del aparcamiento del IES Rosa Chacel. Alberto se encuentra enfadado porque le ha salido mal el examen de lengua y pega un pelotazo contra la pared. Suponemos que la pelota tiene la misma probabilidad de ir a cualquier zona de la pared a la derecha del canalón y por encima del cemento gris, todas las ventanas se encuentran cerradas y con la persiana subida. Además, la pelota va a tal velocidad que si impacta contra uno de los cristales este se romperá. ¿Cuál es la probabilidad de que Alberto rompa una ventana? (ver Figura 11)



Figura 11. Fachada aparcamiento. Elaboración propia.

Pista 1: El espacio muestral es el área total de la pared donde puede impactar la pelota.

Pista 2: Podéis utilizar patrones o relaciones para hallar medidas que probablemente no podáis tomar enteras.

Pista 3: Las ventanas del bajo están protegidas por una reja.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Lo primero que debemos hacer es hallar el área total de la pared. Para el ancho nos vale con medir la base y para el alto podemos medir un ladrillo y contar cuantos hay en total. Después debemos hallar el área de una de las ventanas de abajo y multiplicar esta cantidad por 6 (las ventanas de abajo están protegidas por barrotes y no podrían romperse) para tener el área total favorable. Dividimos esta última cantidad por el área total de la pared y obtenemos así el resultado.

Criterios de Evaluación tratados: C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.M.1, C.E.M.2, C.E.M.3, C.E.M.4, C.E.M.5, C.E.M.6, C.E.M.7.

Actividad 2: Encestando en la basura

Problema: Lanzamos una bola de papel hacia la papelera roja tratando de encestar en el agujero lateral. Suponiendo que el disparo tiene una probabilidad uniforme de ir en cualquier dirección del lateral de la papelera, ¿cuál es la probabilidad de encestar la bola de papel? (ver Figura 12)

Pista 1: El espacio muestral es medio lado lateral de un cilindro.

Pista 2: El suceso favorable es el área de la boca de la papelera.

Pista 3: Para medir la boca de la papelera vale con darnos cuenta de que esta es un rectángulo.



Figura 12. Papelera roja. Elaboración propia.

Herramientas: Cinta métrica y calculadora.

Posible solución: Medimos el radio exterior de la papelera y con él y la altura de esta hallamos el área lateral, la cual debemos dividir entre dos, ya que se trata solo de medio cilindro. Después medimos el área de la boca del buzón que podemos calcular multiplicando el ancho por el alto. El cociente entre esta última área y la lateral del cilindro es la solución que buscábamos.

Criterios de Evaluación tratados: C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.M.1, C.E.M.2, C.E.M.3, C.E.M.4, C.E.M.5, C.E.M.6, C.E.M.7.

Actividad 3: Ventanas Energéticas

Problema: Si suponemos que todas las celdas de la ventana tienen la misma probabilidad de elegirse al azar, ¿cuál es la probabilidad de elegir una que contenga una bebida energética azul si sabemos que hemos elegido una celda que contiene una bebida energética? (ver Figura 13)

Pista 1: La fórmula de Bayes puede ser útil.

Pista 2: Nuestro espacio muestral se reduce solo a las celdas con bebida energética.



Figura 13. Bazar de alimentación. Elaboración propia.

Herramientas: Calculadora.

Posible solución: En vez de contar el total de celdas podemos contar solamente aquellas que tienen bebidas energéticas. Después contamos aquellas que tienen bebidas energéticas azules y dividimos los casos posibles entre los casos favorables.

Criterios de Evaluación tratados: C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.M.1, C.E.M.2, C.E.M.3, C.E.M.4, C.E.M.5, C.E.M.6, C.E.M.7.

Actividad 4: Yéndonos por las ramas

Problema: En el negocio situado a la izquierda de Bazar Alimentación, encontramos un lápiz-árbol con varios factores que influyen en el aprendizaje situados en sus ramas. Queremos recorrer el árbol del aprendizaje desde MOTIVACIÓN a ESTIMULACIÓN. Si suponemos que en cada bifurcación la probabilidad de ir por el camino más rápido es $1/(n+1)$, donde n es el número de la bifurcación en la que estamos. ¿Qué probabilidad tenemos de irnos por las ramas (aproxima con 3 decimales)? (Entendiendo esto como no ir por el camino más rápido) (ver Figura 14)

Pista 1: La siguiente imagen puede ayudar a entender el modelo (ver Figura 15).

Pista 2: Cada punto rojo de la imagen de la primera pista representa una bifurcación. En la primera tenemos $1/2$ de ir por el camino más rápido, en la segunda $1/3$, en la tercera $1/4$ y así sucesivamente...

Pista 3: Recordemos que “irnos por las ramas” es el suceso complementario al resultado ir por el camino más corto.

Herramientas: Calculadora.



Figura 14. Lápiz emociones. Elaboración propia.



Figura 15. Lápiz pista 1. Elaboración propia.

Posible solución: En el recorrido pedido nos encontramos con cinco bifurcaciones, por lo que ir por el camino más rápido sería hacer la cuenta $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}$ y, como buscamos su complementario, restamos este resultado a 1 obteniendo la solución deseada.

Criterios de Evaluación tratados: C.E.P.1, C.E.P.2, C.E.P.3, C.E.M.1, C.E.M.2, C.E.M.3, C.E.M.4, C.E.M.5, C.E.M.6, C.E.M.7.

4.4. Paseo por el Rosa Chacel 1º de Bachillerato

A diferencia de los dos paseos anteriores en este paseo la idea no es ceñirse a una unidad o bloque específica de un curso de matemáticas. El paseo está pensado para que los alumnos relacionen los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en matemáticas y los apliquen para resolver problemas en un contexto fuera del aula.

De esta manera se consiguen trabajar más algunos ítems PISA como *pensar y razonar* o *resolución de problemas*, porque lejos de ser ejercicios repetitivos que han realizado durante el último mes estos problemas suponen extrapolar conocimientos tanto de matemáticas como en algún caso de física, así como aplicar el sentido común. Por tanto, mientras los realizan no están envueltos en un ejercicio repetitivo, sino que realmente están haciendo trabajar su mente.

Además, en este caso fue posible realizar el paseo matemático durante 3 horas seguidas. Las dos primeras se dedicaron a la realización de las actividades del paseo, mientras que la última hora se utilizó para que los alumnos expusieran como habían resuelto los problemas. De esta manera, se trabajaron también los ítems de *comunicar* y *argumentar*, haciendo que los alumnos practiquen la exposición de contenidos y aporten razones lógicas de porqué han resuelto los problemas de una manera específica.

Actividades Paseo Matemático 1º de Bachillerato:

De las actividades seleccionadas para esta ruta hay 5 que forman parte de los dos paseos matemáticos anteriores y se incluyen 2 actividades nuevas totalmente nuevas. En

total son 7, ya que al estar el paseo pensado para realizarse en dos horas nos podíamos permitir que los alumnos tuvieran que superar más pruebas.

En esta sección no incluimos estándares de aprendizaje por el hecho de no estar pensados para ningún curso en concreto y porque al haber múltiples maneras de resolver cada ejercicio se pueden trabajar muchos contenidos con una única actividad. Además de en los ejercicios que ya se han comentado en los dos paseos anteriores se incluye solo el enunciado del problema.

Actividad 1: Pelotazos por la fachada

Problema: Nos encontramos en la fachada oeste del aparcamiento del IES Rosa Chacel. Alberto se encuentra enfadado porque le ha salido mal el examen de lengua y pega un pelletazo contra la pared. Suponemos que la pelota tiene la misma probabilidad de ir a cualquier zona de la pared a la derecha del canalón y por encima del cemento gris, todas las ventanas se encuentran cerradas y con la persiana subida. Además, la pelota va a tal velocidad que si impacta contra uno de los cristales este se romperá. ¿Cuál es la probabilidad de que Alberto rompa una ventana? (ver Figura 16)



Figura 16. Fachada aparcamiento. Elaboración propia.

Actividad 2: Pintando la Papelera

Problema: Al lado de la puerta del patio hay una papelera roja que vemos todos los días. Este color nos tiene un poco cansados y hemos decidido pintarla de amarillo. Si la pintura nos cuesta 0,02 euros por cm^2 , ¿cuánto dinero necesitamos para pintar la papelera? (ver Figura 17)

Pista 1: Tened en cuenta que la papelera tiene forma de medio cilindro y nos interesa conocer el área de esta figura.

Pista 2: La base inferior es importante, pero los huecos que tiene la papelera no debemos pintarlos.

Pista 3: El área del hueco lateral se puede medir como si fuera un rectángulo doblado (recuerda que el área de un folio es la misma lo doblemos o no) y el hueco superior un semicírculo.



Figura 17. Papelera roja. Elaboración propia.

Herramientas: Calculadora y cinta métrica.

Posible solución: Medimos el radio exterior de la papelera y de esta manera podemos sacar tanto el área lateral como el área de la base. Dado que la papelera es medio cilindro y que las partes a colorear.

Actividad 3: Madera para un banco

Problema: Por varias zonas del patio podemos encontrar bancos parecidos al de la imagen. Si suponemos que la densidad de la madera de estos bancos es de $0,0005 \text{ kg por cada cm}^3$. ¿Cuántos kilos de esta madera necesitamos para hacer un banco? (ver Figura 18)



Figura 18. Banco verde. Elaboración propia.

Actividad 4: Medidas en perspectiva

Problema: Si suponemos que el dibujo de la pared es una extensión de la pared que llega hasta ese punto ¿Cuánto mide en metros el total de la pared? (ver Figura 19)

Pista 1: Ten en cuenta que puedes medir un segmento de la pared real para ayudarte.

Pista 2: Cada segmento de pared tiene 6 ventanas. Eso te puede ayudar a medir cuantos segmentos hay en total.

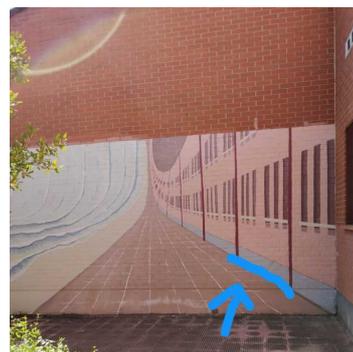


Figura 19. Mural. Elaboración propia.

Actividad 5: ¿Cuánta cuerda hace falta?

Problema: Las redes de las porterías del patio están ya viejas y hemos decidido cambiarlas. Pero no sabemos qué cantidad de cuerda necesitamos, como el presupuesto que tenemos no es muy alto no podemos pasarnos comprando cuerda. ¿Cuál es la longitud medida en metros de cuerda de la portería? (ver Figura 20)



Figura 20. Portería patio. Elaboración propia.

Actividad 6: Rellenando contenedores

Problema: Al lado del instituto hay varios contenedores juntos, uno de ellos tiene una forma peculiar. Suponiendo que rompemos el vidrio que depositemos en él de manera que encajen bien todas las piezas sin dejar huecos, ¿qué volumen de vidrio en metros cúbicos puede albergar el contenedor? (ver Figura 21)



Figura 21. Contenedor verde. Elaboración propia.

Actividad 7: Yéndonos por las ramas

Enunciado: En el negocio situado a la izquierda de Bazar Alimentación, encontramos un lápiz-árbol con varios factores que influyen en el aprendizaje situados en sus ramas. Queremos recorrer el árbol del aprendizaje desde MOTIVACIÓN a ESTIMULACIÓN. Si suponemos que en cada bifurcación la probabilidad de ir por el camino más rápido es $1/(n+1)$, donde n es el número de la bifurcación en la que estamos. ¿Qué probabilidad tenemos de irnos por las ramas (aproxima con 3 decimales)? (Entendiendo esto como no ir por el camino más rápido) (ver Figura 22)



Figura 22. Lápiz emociones. Elaboración propia.

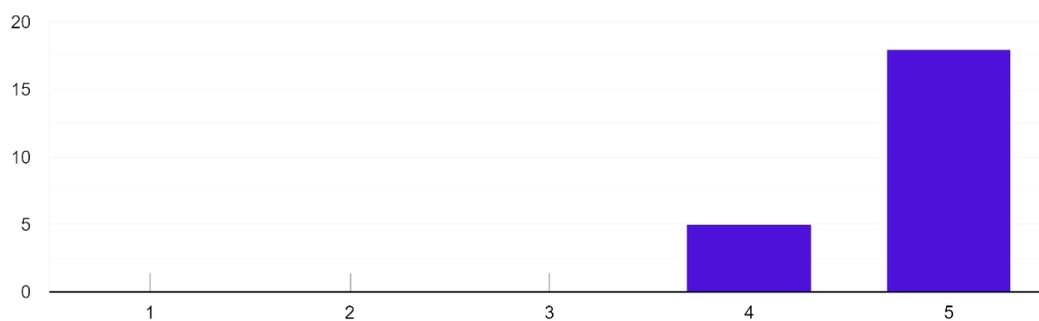
4.4.1. Encuesta sobre el paseo matemático

A los alumnos de primero de bachillerato internacional se les pasó una encuesta para ver cuáles había sido sus impresiones con la actividad y de qué manera creen que puede mejorarse. Las preguntas están evaluadas del 1 al 5, siendo 1 poco o nada de acuerdo y 5 mucho o totalmente de acuerdo. En este caso la encuesta fue respondida por menos gente pues hubo dos personas que por distintos motivos no pudieron realizar el paseo matemático.

Se dejó también un espacio para la realización de comentarios tanto sobre que cambiarían de la actividad como de observaciones de esta. También se preguntó que habilidades creían que se podían desarrollar en un paseo matemático.

¿Te ha gustado la actividad?

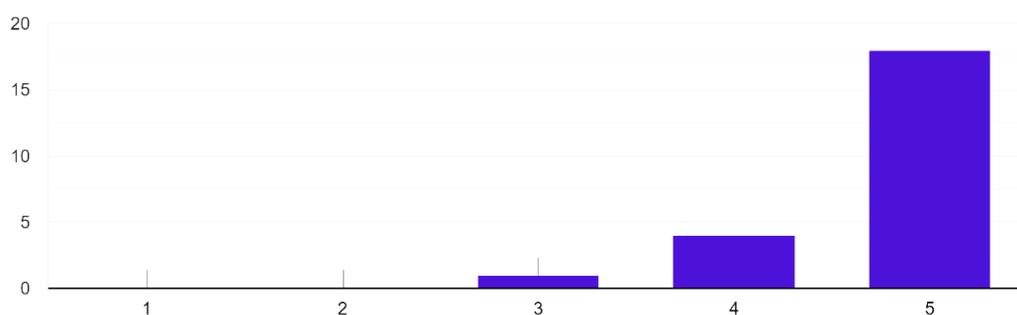
23 respuestas



Como efectivamente se comprobó durante la actividad la mayoría de los alumnos contestan que la actividad les ha gustado. Algunas de las personas que evaluaban con un 4 dijeron que era por la dificultad de realización de algunos de los problemas.

¿En qué medida crees que es interesante enseñar y aprender Matemáticas fuera del aula?

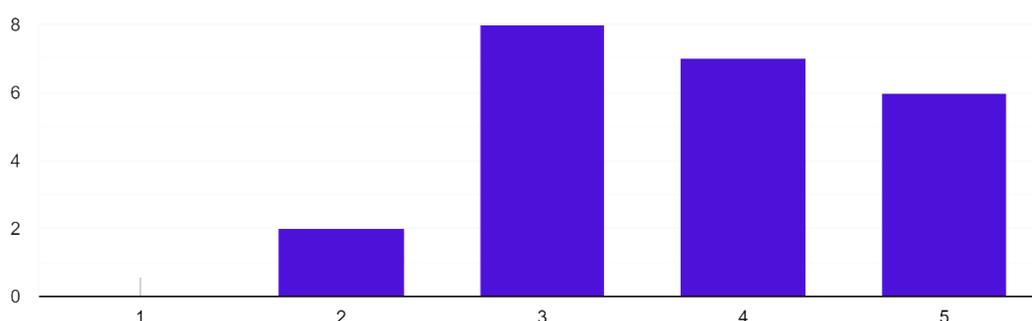
23 respuestas



Como podemos observar casi todos los alumnos piensan que es interesante enseñar y aprender matemáticas fuera del aula. En los comentarios muchos dicen que es una manera de romper con la monotonía y que se desarrolla el pensamiento lateral y la extrapolación de los contenidos.

¿En qué medida crees que es factible (en cuanto a recursos, tiempos, conocimiento del docente, ...) enseñar y aprender Matemáticas fuera del aula?

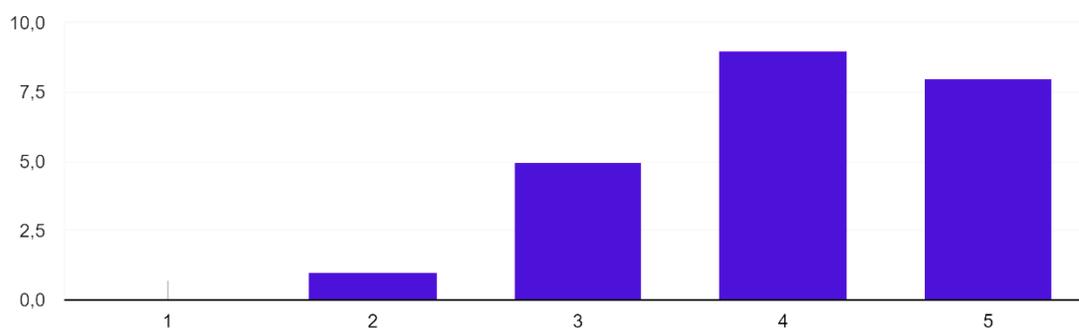
23 respuestas



Pero, aunque a la mayoría les guste la idea está claro que no tienen tan claro que esta se pueda aplicar de manera tan sencilla. Algunos creen que, sobre todo en bachillerato, el tiempo va bastante ajustado para poder dar todo el temario. Esto refleja en parte lo arcaica que es la visión sobre la enseñanza de las matemáticas por parte de los estudiantes.

El nivel de dificultad de los problemas era acorde a los contenidos tratados hasta el momento.

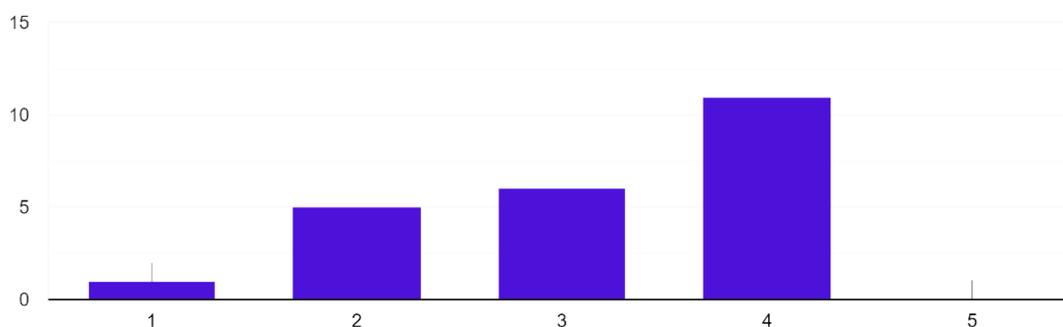
23 respuestas



Vemos que los estudiantes en su mayor parte consideran que los contenidos eran acordes. Recordemos que para el curso de primero de bachillerato se utilizaron problemas que estaban enfocados tanto a 2º ESO como 4º ESO, solo que en este caso se combinaron de varios temas y no tenían demasiado que ver con el temario que estaban dando en el momento. Esto apoya el hecho de que los paseos matemáticos sirven como actividad de síntesis, ya que, aunque eran contenidos ya estudiados no todos los estudiantes pensaban que los contenidos estuvieran tratados hasta ese momento.

¿Cuál ha sido vuestro grado de frustración resolviendo los problemas?

23 respuestas

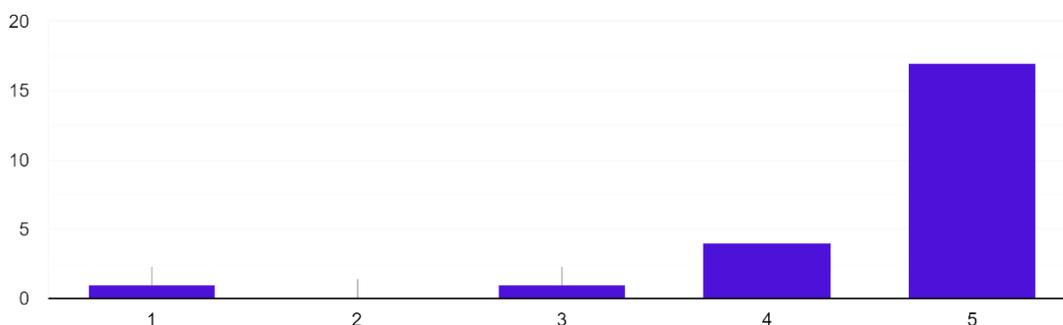


Esta última afirmación se sustenta antes el hecho de que, aunque nadie consideró que su grado de frustración resolviendo los problemas fuese un 5, la mayoría de los

estudiantes sí que lo evaluaron con un 4, dejando claro que los problemas sí que supusieron un reto para ellos.

El tiempo de la actividad ha sido suficiente.

23 respuestas



En cuanto al tiempo de la actividad casi todos consideraron que, aunque los problemas supusieran un reto daba tiempo a resolverlos. Las notas más bajas probablemente corresponden al único grupo que no completo todas las preguntas en el tiempo de la prueba, aunque como esto estaba previsto se había establecido que la actividad se cerrara 15 minutos más tarde para que en caso de haber rezagas estos pudieran terminar.

Entre los comentarios hay dos que resumen muy bien el sentir general. El primero es este:

“FRUSTRACIÓN, tuvimos al pobre Álvaro toda la prueba ayudándonos, probablemente pondría una ayuda por llamada a cambio de un reto sencillo (es decir, que la ayuda esté repartida entre varios profesores a los que ese les llama después de hacer un mini reto). Aclararía algunos enunciados, ya que el rendimiento a séptima a veces es inexistente.” (Extraído del cuestionario realizado a alumnos de 1º BI.)

Vemos que efectivamente los alumnos creen que los problemas han supuesto un reto y al mismo tiempo se nos muestra la necesidad de que haya al menos tres profesores para ayudar en caso de que la ruta sea amplia y haya muchos grupos.

El otro comentario que resume muy bien la sensación general del alumnado es el siguiente: *“Las ganas pensar”*, en referencia a que habilidades matemáticas o no mejoran

los paseos matemáticos. Y es que, aunque muchos alumnos hacen referencia al pensamiento lateral y a múltiples partes de las matemáticas, lo que realmente importa en todo esto es motivar a los alumnos a que piensen y pongan sus mentes a trabajar. No es tanto el que habilidades se van a trabajar sino la motivación que se consigue para empezar a trabajarlas.

Los alumnos consideran que los paseos matemáticos son muy buenos para desarrollo del pensamiento y el razonamiento, ya que tratan de buscar actividades que puedan suponer un reto para ellos, pero que los mantienen entretenidos.

5. Conclusiones

Sin duda lo primero que merece la pena destacar es que los alumnos disfrutaban mucho de la actividad, ya que fue el ítem con mayor porcentaje de valoraciones positivas en la encuesta realizada. Se les hace realmente ameno romper con la rutina y hacer algo totalmente diferente a lo que nunca se han enfrentado. Los alumnos acogieron la idea con mucha ilusión en todos los casos.

Incluso en el grupo de 2º de ESO que presentaba una mayor desmotivación en las clases de matemáticas se vio que los alumnos disfrutaban de la monotonía y de realizar la actividad. Además, en este grupo se comprobó que el hecho de puntuar los ejercicios aumentaba de manera sana la competitividad entre los equipos y producía que los alumnos estuvieran más inmersos en la tarea.

Otro asunto muy importante para destacar es la creación de grupos. La actividad implica más a todos los participantes si los grupos son pequeños, lo ideal es que se realice por parejas o como mucho en grupos de 3, máximo 4, personas. De esta manera todos los alumnos están en algún momento haciendo algo y es más difícil que se descuelguen de la actividad.

Respecto a la dificultad de las actividades queda claro que los alumnos prefieren que haya más actividades, pero más cortas. Esto hace que sea interesante incluir problemas más simples que motiven al alumnado intercalado con problemas más complejos para poder evaluar o hacer que los alumnos tengan que esforzarse más.

En cuanto a la duración del paseo también queda claro que efectivamente salen mejor cuando se dispone de al menos dos horas. De esta manera los alumnos tienen tiempo de irse acostumbrando a los ejercicios y cogen soltura en su entendimiento y funcionamiento. Quedándose los paseos realizados en poco más de una hora algo cortos.

Los problemas si no se plantean directamente sobre la unidad didáctica que están tratando en el momento o han tratado hace relativamente poco tiempo es mejor que se planteen para un curso algo superior. Como se realizó en el paseo pensado para primero

de bachillerato, la actividad fue igualmente estimulante para ellos y les obligó a pensar a recurrir a sus habilidades matemáticas. Además, al contar estos con más conocimientos su grado de autonomía es más alto dado que tienen más herramientas para resolver los problemas que surgen, esto conlleva en un mayor disfrute de la actividad, mientras que los alumnos de cursos inferiores necesitan de un apoyo mucho mayor.

El uso de dispositivos móviles, lejos de distraer a los alumnos, les ayudó y motivó en la realización de la actividad. Son una generación que ha nacido con un teléfono en las manos y para ellos la aplicación resultaba muy sencilla e intuitiva. Además, el apoyo de las pistas fue muy útil dado que el recorrido era largo y por consiguiente era complicado poder atender a todos al mismo tiempo.

Es posible que no se hubiesen obtenido las mismas conclusiones observadas si se hubiera realizado el paseo en otro centro. Hay que tener en cuenta que el IES Rosa Chacel es un centro de innovación tecnológica, con bachillerato internacional y situado en un entorno socioeconómico en general favorable. Esto supone que el interés que han mostrado los alumnos en la realización de la actividad podría no corresponderse con el interés real que la actividad puede suscitar en el alumnado en general.

La actividad se tenía que realizar en el centro y alrededores pues para la mayoría de los paseos se disponía tan solo de una hora lectiva y el recreo. Al tener que haberse realizado la actividad en un espacio tan reducido y concreto puede ser complicado encontrar suficientes actividades para evaluar todo lo que se pretende. Pero es cierto que mejor o peor siempre es posible imaginar problemas relacionados con casi cualquier ámbito, lo que refuerza el hecho de que las matemáticas están en cualquier lugar que nos rodea.

Por todo lo anteriormente expuesto podemos dar por hecho que la realización de los paseos matemáticos ha sido un éxito entre el alumnado. Se ha visto que efectivamente estos ayudan a mejorar tanto la implicación en las tareas como la motivación hacia las matemáticas. Del mismo modo se han descubierto como una actividad fresca y que sin duda alguna volveré a llevar a cabo en cuanto pueda.

Bibliografía

- Arroyo, M. Á. (2018). Seminario de la FESPM: paseos matemáticos. *Entorno Abierto*, 20, 2-5. <https://bit.ly/3pjyf71>
- Blanco Nieto, L. J. y Blanco Otano, B. (2020). Mirar la ciudad con ojos matemáticos. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 87, 7-13. <https://bit.ly/2SQ5YbU>
- Blane, D. C. y Clarke, D. (1984). A mathematics trail around the city of Melbourne. *Monash Mathematics Education Centre, Monash University*, 169-181.
- Jablonski, S., del Pozo, M. C. L., Ludwig, M., y Muñiz, T. J. R. (2020). MathCityMap, paseos matemáticos a través de dispositivos móviles. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 87, 47-54. <https://bit.ly/3vUZTK4>
- Ludwig, M. y Jablonski, S. (2019). Haciendo matemáticas al aire libre con MathCityMap. *Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (19JAEM)*. <https://bit.ly/2S6OBna>
- Martínez Sevilla, A. (2017). *Paseos matemáticos por Granada: Un estudio entre arte, ciencia e historia*. Editorial Universidad de Granada.
- Melgar, M. F. y Donolo, D. S. (2011). Salir del aula... Aprender de otros contextos: Patrimonio natural, museos e Internet. <https://bit.ly/3fQadxc>
- Navas, J. (2019). Seminario federal: paseos matemáticos. *SUMA*, 90, 119-125. <https://bit.ly/3vU3RT2>
- Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish kom project. http://www7.nationalacademies.org/mseb/mathematical_competencies_and_the_learning_of_mathematics.pdf

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. Boletín Oficial del Estado, núm. 25, 29 de enero de 2015, pp. 6986 a 7003. <https://bit.ly/3wXiDIZ>

Payo Rodríguez, S. (2020). Paseos matemáticos para Educación Infantil. [Trabajo Final de Grado]. Universidad de Cantabria. <https://bit.ly/3wY44EH>

Queralt Llopis, T. (2020). Rutas y paseos matemáticos. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (87), 4-6. <https://bit.ly/2SQ5YbU>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3 de enero de 2015, núm. 3, pp. 169 a 546. <https://bit.ly/34DSoer>

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado, 5 de enero de 2007, núm. 5. <https://bit.ly/2ReArjl>

Shoaf, M. M., Pollak, H. O. y Schneider, J. (2004). Math Trails. COMAP Incorporated. <https://bit.ly/3wRVTKc>