# El juego como elemento para potenciar los afectos positivos en Educación Matemática

Andrea de la Fuente Silva

Máster en Formación del Profesorado

de Educación Secundaria y Bachillerato

Especialidad Matemáticas



MÁSTERES

DE LA UAM
Facultad de Formación
2019 - 2020



de Profesorado y Educación



# TRABAJO FIN DE MÁSTER

Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato **Especialidad de Matemáticas** 

# El juego como elemento para potenciar los afectos positivos en Educación Matemática.

Una propuesta en el bloque de Estadística y Probabilidad.

Alumna: **Andrea de la Fuente Silva** Tutora: **Rocío Garrido Martos** 

No digas que no te lo he advertido, es posible que si sigues leyendo encuentres cosas que no te van a gustar. O peor aún, es posible que encuentres cosas que sí te van a gustar. Cosas sobre las matemáticas (y su didáctica) [...].

Al menos déjame pedirte que leas este libro TFM con cuidado. Ten cuidado porque si finalmente decides seguir adelante, es posible que haya cambios en tus ideas sobre las matemáticas (y su didáctica), esas ideas con las que llevas viviendo tan cómodamente todo este tiempo.

Es posible que si sigues leyendo, este libro TFM te induzca a pensar que las matemáticas no son odiosas, que en ellas interviene la creatividad y el juego de formas que no sospechabas. Que en ellas es tan importante la intuición como el cálculo, la imaginación como la técnica, y que incluso te abren oportunidades de disfrutar de la realidad de una forma distinta.

Es posible.

# Resumen

El proceso de enseñanza-aprendizaje es una continua interacción entre las dimensiones cognitiva y afectiva. Este trabajo pretende valorar el juego como propuesta metodológica para potenciar los afectos positivos en matemáticas. Nos vamos a apoyar en el desarrollo de un marco teórico basado en una extensa y variedad de estudios que contribuyen a una valoración progresiva de la influencia que tienen las creencias, actitudes y emociones, y se investigará sobre el diseño y beneficios que proporcionan experiencias basadas en recursos y juegos didácticos.

Por otro lado, actualmente se vuelve esencial contar con ciudadanos alfabetizados estadística y probabilísticamente. Para ello, se va a profundizar en conocer la enseñanza del bloque en las aulas de secundaria, dificultades y errores más comunes, y aplicar todo el marco teórico construido en el diseño de propuestas lúdicas para introducir la Estadística y Probabilidad en 3ºESO. Además, se construirá instrumentos de evaluación adecuados para determinar los aprendizajes competenciales y considerar las variables afectivas. Por último, se analizará la experiencia en un taller de juegos matemáticos para contribuir a valorar el grado de adquisición del objetivo principal.

En todo este trabajo, la clave estará en la figura de guía del docente y su formación en todos los ámbitos para proporcionar prácticas que combinen *disfrutar* y *aprender*, acompañe emocionalmente en un ambiente que genere una actitud relajada y ofrezca herramientas para que el alumnado tome conciencia de su propio aprendizaje alcanzando una mejora de la alfabetización matemática.

Palabras clave: dimensión afectiva, juegos, estadística, probabilidad

# **Abstract**

The process of teaching and learning is a continuous interaction between the cognitive and affective dimensions. This paper aims to value the game as a methodological proposal to enhance the positive affection in mathematics. We will lean on the development of a theoretical framework based in broad and diverse studies that contribute to the progressive evaluation of the influence of the beliefs, attitudes and emotions; there will be done a research about the design and benefits given by experiences based in educational resources and games.

Currently it is essential to have literate citizens in statistics and probability. To this end, we will delve in knowing their teaching in secondary, difficulties and most common mistakes, and apply the built theoretical framework in the design of recreational proposals in order to introduce Statistics and Probability in the third year. In addition, appropriate evaluation tools will be built to determine the competence learning and consider the affective variables. Finally, the experience will be analysed through a mathematical games workshop to contribute to evaluate the degree of acquisition of the main objective.

In all this paper, the key will be in the figure of guide of the teacher and his/hers training at all areas to provide practices that combine enjoying and learning, to accompany emotionally in an ambiance that generates a relaxed attitude and to offer tools so that the student body become aware of their learning reaching an improvement of the mathematical literacy.

**Keywords:** affective dimension, games, statistics, probability

# Índice general

1.	Intro	roducción	1
1.	.1.	Justificación del estudio	1
1.	.2.	Contextualización del estudio	2
1.	.3.	Metodología y objetivos	3
2.	Mar	rco teórico	6
2.	.1.	El dominio afectivo	6
	2.1.1	1. Revisión de los elementos del dominio afectivo	8
	2.1.2	2. Relación entre las variables del dominio afectivo	9
	2.1.3	3. Rol del profesor	11
2	.2.	El juego como recurso en la Educación Matemática	13
	2.2.1	1. Hacer matemáticas a través del juego	14
	2.2.2	2. Estudios previos sobre la relación juego y afecto	15
	2.2.3	3. Tipología de juegos	20
	2.2.4	4. ¿Cómo planificar un buen juego?	22
	2.2.5	5. ¿Gamificación o Aprendizaje Basado en Juegos?	24
2.	.3.	Estadística y Probabilidad en Educación Matemática	26
	2.3.1	1. La enseñanza de la Estadística y Probabilidad	27
	2.3.2	2. Estadística: claves, dificultades y errores	29
	2.3.3	3. Probabilidad: claves, dificultades y errores	31
	2.3.4	4. Estrategias para la enseñanza del bloque	34
3.	Dise	eño de la propuesta	38
3.	.1.	Propuesta 1: Introducción a la Estadística	39
3.	.2.	Propuesta 2: Introducción a la Probabilidad	44
4.	Eval	aluación y reflexión	48
5.	Exp	periencia en un taller de juegos	50
5.	.1.	Descripción del contexto	50
5.	.2.	Construcción del elemento de evaluación	51
5.	.3.	Análisis de los resultados	51

	5.4.	Valoración personal	53
6.	Con	nclusiones	55
7.	Bib	liografía	58
8.	Ane	exos	67
•	A. Co	ntenidos curriculares	67
	A.1.	. Contenidos y estándares de aprendizaje: Estadística	67
	A.2.	. Contenidos y estándares de aprendizaje: Probabilidad	68
	B. Fic	ha de actividad: modelo	69
	C. Fic	has de ejercicios	70
	C.1.	. Ficha de ejercicios: Estadística	70
	C.2.	. Ficha de ejercicios: Probabilidad	72
	C.3.	. Ficha de ejercicios solución: Estadística	74
	C.4.	. Ficha de ejercicios solución: Probabilidad	77
	D. Eva	aluación y autoevaluación	79
	D.1.	. Evaluación competencial: modelo	79
	D.2.	. Autoevaluación: modelo	80
	D.3.	. Evaluación competencial: Estadística	81
	<b>D.4</b> .	. Autoevaluación: Estadística	82
	D.5.	. Evaluación competencial: Probabilidad	83
	D.6.	. Autoevaluación: Probabilidad	84
-	E. For	rmulario de la experiencia	85
	F. Ma	terial para la actividad	86

#### 1.1. Justificación del estudio

Actualmente, no cabe duda de que las matemáticas son necesarias en todos los ámbitos de nuestra vida y, por tanto, el desarrollo de la alfabetización matemática en el alumnado es un asunto actual y fundamental. Saber mirar e interpretar el mundo que nos rodea o estructurar la información que recibimos es esencial para desenvolvernos en la sociedad en la que vivimos. En el Currículo de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) se concreta que las matemáticas, en la formación del alumnado, les debe dotar de herramientas y habilidades para desarrollar capacidades que les pueda ayudar tanto a conseguir los objetivos a nivel escolar, como positivamente para su vida personal y futura vida profesional (BOE, 2015).

Es evidente pues, la importancia de aprender matemáticas, pero también somos conscientes de lo poco valoradas y apreciadas que son por parte de los alumnos. Lo habitual para argumentar esta idea es basarse en los bajos rendimientos obtenidos en pruebas objetivas tanto a nivel nacional como internacional (Pruebas de evaluación final de Educación Secundaria Obligatoria; PISA) que ponen de manifiesto la deficiente preparación y las dificultades que supone para el alumnado el aprendizaje de los contenidos de la asignatura de matemáticas. Estos resultados no son una novedad, sino que se vienen dando años atrás, ya que era, y es, una preocupación, que siendo la matemática una de las asignaturas más importantes del currículum, es a la vez, de las más temidas (Tyson, 2001 citado en Mato, Espiñeira y Chao, 2014), la que tiene un rendimiento más deficiente (Bazán y Aparicio, 2006), de las asignaturas más odiadas del currículo (Palacios, Arias y Arias, 2014) y se convierten en una de las materias más difíciles de enseñar y de aprender (Núñez-Peña, Suárez-Pellicioni y Bono, 2013).

Esta realidad no sólo se expresa en forma cuantitativa, sino que son diversos motivos los que dan lugar a que los alumnos no consideren que las competencias matemáticas sean esenciales dentro de su formación ya que no saben cómo dar uso de lo aprendido en la asignatura de matemáticas en su vida cotidiana (Mato, 2014). ¿Quién no ha escuchado en los centros y en su entorno a diario opiniones generalizadas como "las matemáticas son difíciles", "no sirve de nada" o "no las entiendo"? entre otras (Gómez-Chacón, 2010).

En un estudio reciente de López-Chao, Mato-Vázquez y Chao-Fernández (2020) toman una amplia y numerosa muestra de alumnos de un centro de la ESO, se confirma que la ansiedad

hacia las matemáticas puede influir en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, siendo mayor en cursos superiores. Algunas de las variables que son relevantes para predecir el rendimiento académico, confirman que, desde el primer curso de la ESO, se ponen nerviosos en ciertas situaciones habituales con el día a día cuando tienen relación con demostrar sus conocimientos matemáticos. Esta sensación persiste y continúa a lo largo de la etapa, llegando a cuarto, y en la que se ponen nerviosos cuando se dan cuenta de que el próximo curso aún tendrán clases de matemáticas.

En respuesta a esta situación, no podemos abordar el desencanto generalizado y los bajos resultados poniendo sólo el foco de atención sobre la dimensión cognitiva, sino que hay que tener en cuenta el papel que juega la dimensión afectiva en el alumnado a la hora de emprender una tarea matemática. Son muchos los autores que realizan investigaciones del dominio afectivo consiguiendo hacerse un hueco en la Educación Matemática. Se tomarán estos estudios para analizar la dimensión afectiva centrándonos en tres descriptores básicos: creencias, actitudes y emociones. Conocer las relaciones entre estos tres elementos va a hacer que busquemos las estrategias educativas que le den un propósito al aprendizaje, además de poder realizar prácticas reales de enseñanza-aprendizaje-evaluación que potencien los afectos positivos en el alumnado.

#### 1.2. Contextualización del estudio

En el estudio anterior de López-Chao et al. (2020), se concluye invitando a los docentes a "considerar los aspectos afectivos y motivacionales con el suficiente grado de importancia y rigor, teniendo en cuenta su constatada influencia tanto en los procesos como en los resultados del aprendizaje" (p. 234). La intención de contribuir en esta valoración progresiva que se viene realizando sobre la influencia del dominio afectivo con propuestas prácticas, nos lleva a contextualizar la acción educativa que vamos a presentar en este trabajo. Para ello, tomamos como referencia actual el Currículo (BOE, 2015), documento que regula los elementos que determinan los procesos de enseñanza-aprendizaje y se vuelve esencial para garantizar la calidad de la educación.

Revisándolo, encontramos que en la descripción de la asignatura se manifiesta la contribución de las matemáticas en el desarrollo integral del estudiante. Además, establece que "se deben desarrollar actitudes positivas hacia el conocimiento matemático, tanto para el enriquecimiento personal como para la valoración de su papel en el progreso de la humanidad" (p. 408). En concreto, podemos ver cómo se hace alusión al cometido de llevar a

cabo estos aspectos afectivos que se buscan en el alumno en el bloque 1: "Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas". Este bloque que es común a toda la etapa y transversal al resto de bloques de contenidos, está considerado como eje fundamental de la asignatura. Como contenido principal con relación al asunto, se busca en el alumno la "confianza en sus propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico" (p. 409). Es decir, se cita explícitamente que hay que trabajarlo. Ahora, analicemos el otro pilar que da sentido a la educación: la enseñanza.

La enseñanza de las matemáticas en la ESO va de la mano de los docentes, quienes deben cursar el Máster de Profesorado en Secundaria para acceder al mundo educativo. Podemos encontrar personas que acceden desde titulaciones con carga menor de matemáticas a lo que cabría pensar (economía, administración de empresas, biología...) o de matemáticas, física, estadística y otras ciencias o ingenierías. El Máster consta de dos partes: el módulo genérico común a todas las especialidades que supone la formación inicial en aspectos psicosociopedagógicos; y el módulo específico de la especialidad que abarca un complemento en la formación disciplinar y el desarrollo de la formación en la didáctica específica de la disciplina (Arce, Conejo y Muñoz, 2019). En concreto, la didáctica tiene como fin último la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a partir de la transferencia del conocimiento producido en la disciplina.

Aquellas personas que parten de ramas científicas-tecnológicas se encuentran con un notable cambio al entrar en el Máster, ya que durante sus estudios previos le han estado dando relevancia a lo puramente académico y cognitivo, y ahora deben buscar un equilibrio con la transición a un contexto de ciencias sociales. Esta formación inicial contribuye a que los futuros profesores reflexionen sobre los fines que debe perseguir la Educación Matemática. Las respuestas a esta pregunta caracterizarán en gran medida su práctica en el aula y queremos poner de manifiesto que, entre esas reflexiones, no podemos perder de vista el dominio afectivo durante la transferencia del conocimiento matemático (Arce et al. 2019).

## 1.3. Metodología y objetivos

La demanda de una buena preparación en la materia aumenta año tras año, ya que saber matemáticas es una necesidad en cualquier sociedad y en todos los ámbitos de la vida. Esto lo mencionaba la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ya en el año 2003, al igual que destacaba en sus estándares la importancia de este bloque para crear ciudadanos informados, que sean "capaces de comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad, de

formular problemas ligados a datos y recoger y analizar estos, de analizarlos y presentar sus resultados más importantes obtenidos en relación con el problema, y de poder realizar inferencias o predicciones" citado en Arce et al. (2019, p. 327).

Todos estos contenidos y competencias son propias del Bloque de Estadística y Probabilidad. Sólo hay que parar por un segundo a mirar a nuestro alrededor en esta "nueva normalidad" en la que nos encontramos, para ser conscientes de la importancia y relevancia que toma en la actual sociedad de la información una ciudadanía formada estadística y probabilísticamente para una mejora de la alfabetización matemática. Sin embargo, los contenidos de estadística y probabilidad se sitúan en último lugar, y por la densidad del currículum y otros factores, pueden llegar a no impartirse. Asimismo, la formación de los docentes no es suficiente para poder abordar estos contenidos con la calidad que se requiere. Estas ideas se analizarán en el presente trabajo, además de las dificultades y errores más frecuentes que suele cometer el alumnado, para poder hacer una buena elección y diseñar propuestas que llevar al aula.

Además, está claro que "un profesorado que imparta asignaturas alejadas de sus intereses no despertará la motivación de los alumnos ni hará que éstos valoren dicha asignatura" (Blanco, Caballero, Piedehierro, Guerrero y Gómez, 2010, p. 10). En la gran incógnita de "cómo enseñar" podemos encontrar que hay docentes que hacen uso de algunas metodologías innovadoras que están adquiriendo relevancia en la Educación Matemática, pero a su vez, se sigue percibiendo cómo la tendencia didáctica se aproxima a la que conocemos como tradicional: el profesor es un mero transmisor del conocimiento matemático, siendo la labor del estudiante la de recoger toda información transmitida por el profesor. En este trabajo analizaremos esta situación y tomaremos para nuestra propuesta metodológica el uso de recursos y juegos didácticos para fortalecer actitudes positivas de los estudiantes hacia las matemáticas. Son muchos los autores que han considerado positivo trabajar con juegos, ya que permite que los alumnos adquieran competencias de una manera divertida y atractiva.

Veremos que "innovar en el aula conlleva múltiples esfuerzos, pero realmente si no cambiamos e innovamos en evaluación, de poco va a servir los otros esfuerzos, salvo para mejorar el ambiente y motivación momentánea en el aula" (Carmona y Cardeñoso, 2019, p. 74), por lo que también haremos hincapié en responder a la pregunta "¿qué es lo que necesitan nuestros alumnos?", y se deberá tener claro lo que "vale la pena hacer" y aquello que "vale la pena evaluar". Ante este hecho, surge la necesidad por parte de los docentes de buscar estrategias que generen en el estudiante trabajar más allá, no sólo hacia el alcance de una buena nota, sino que, además, estudie por el simple hecho de aprender y disfrutar de este proceso. Todo ello

dependerá de nuestras planificaciones y diseño de las estrategias, y por supuesto, debemos "tener una idea general de los afectos de nuestros alumnos con relación a la asignatura y asegurarnos de que poseen una base sólida que fomente actitudes positivas (Gil, Blanco y Guerrero, 2005), desarrolle creencias efectivas para el aprendizaje y desenvuelva emociones reales hacia las matemáticas" (Mato et al. 2014, p. 61). Concluimos concretando el objetivo principal de este trabajo:

"Valorar el juego como propuesta metodológica para potenciar los afectos positivos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas."

Para responder de una manera más cualificadamente, se ha desglosado este objetivo general en los siguientes objetivos específicos (capítulo 2):

- Contribuir a la valoración progresiva que se viene realizando sobre la influencia que tienen los aspectos propios de la dimensión afectiva analizando las relaciones entre los diferentes elementos del dominio.
- Investigar sobre el diseño de experiencias basadas en recursos y juegos didácticos teniendo en cuenta todos los puntos necesarios para una buena planificación.
- Profundizar en los procesos de enseñanza y aprendizaje del bloque de estadística y probabilidad centrados en dificultades y errores más comunes del alumnado.
- Cohesionar juego y afecto a través de propuestas del bloque de estadística y probabilidad.
- Crear instrumentos de evaluación adecuados para determinar los aprendizajes de estadística y probabilidad llevados a cabo a partir de tareas lúdicas analizando las variables afectivas.

Para conseguir cumplir con nuestros objetivos concretaremos el diseño de una experiencia que se presenta en los capítulos 3 y 4:

- Plantear dos propuestas para introducir el bloque de estadística y probabilidad en tercero de la ESO junto con su respectiva evaluación.

Ya que su puesta en práctica se tendrá que posponer para otro momento, se mostrará, en el capítulo 5, una evaluación y autoevaluación de la experiencia en un taller de juegos matemáticos que se realizó meses atrás para contribuir a valorar el grado de adquisición del objetivo principal.

# 2. Marco teórico

El proceso de enseñanza-aprendizaje está considerado una cuestión de interacción entre diferentes elementos. En este capítulo vamos a comenzar poniendo en valor y reconociendo la importancia que juega el papel de la dimensión afectiva, en concreto, de las creencias, actitudes y emociones en la Educación Matemática.

Después, en busca de proporcionar experiencias positivas a nuestros alumnos, se realizará una revisión bibliográfica que pone su atención en la planificación de las sesiones y en la metodología utilizada. En concreto, considerando la relación existente entre el juego y las matemáticas desde siempre, se va a tomar el juego como estrategia que sitúa al profesor como guía y mejora la motivación del alumno ante la asignatura de matemáticas. En este contexto, el alumno tendrá una actitud más relajada y pondrá mayor empeño en las tareas matemáticas que se le presenten y en su aprendizaje.

Por último, se concreta el uso de juegos didácticos en estadística y probabilidad. La relevancia que toma este bloque en la alfabetización matemática y la poca presencia que tiene en las aulas se tratará en este capítulo. Para abordarlo, nos basaremos en estudios previos que evidencian cómo una buena planificación de recursos lúdicos ajustados a los contenidos de estos temas puede contribuir a potenciar los afectos positivos mejorando, a su vez, el conocimiento sobre estadística y probabilidad en el alumnado.

## 2.1. El dominio afectivo

En la década de los 70 se comienza a dar importancia y a investigar sobre el papel de la dimensión afectiva en el proceso de enseñanza aprendizaje (Gómez-Chacón, 2001). Sin embargo, hace ya más de 2000 años, encontramos en Elizondo, Rodríguez y Rodríguez (2018) cómo se hace referencia a la cita de Platón, "todo aprendizaje tiene una base emocional", y como bien se plantean, "quizá el autor no fuera consciente de, hasta qué punto, estaba adelantándose a las conclusiones que se derivan de recientes estudios llevados a cabo en los campos de la neurobiología y la educación" (p. 4). Más adelante, Polya (1945, p. 8) afirma que "sería un error el creer que la solución de un problema es un asunto puramente intelectual".

A partir de los años 80, y centrándonos en el ámbito matemático, es más frecuente encontrar investigaciones que pretenden comprender y analizar el papel que juega el dominio afectivo en

el estudiante. En el Informe Cockcroft (1985, cap. 9, punto 20) se puso de manifiesto cómo "hasta qué punto la necesidad de emprender una simple y fácil tarea matemática podría provocar sentimientos de ansiedad, impotencia, miedo e incluso culpabilidad. Pero no sólo son sentimientos negativos los que pueden producirse, sino que Gil et al. (2005) constatan que, cuando se aprende matemáticas y se interactúa con el entorno, se interiorizan determinadas creencias y valoraciones hacia las matemáticas y hacia uno mismo como aprendiz. Éstas pueden ser positivas y negativas, influyendo en los éxitos o fracasos ante tareas matemáticas.

En concreto, Gómez-Chacón (2000) considera que los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, en diversas edades y niveles educativos, se deben a la aparición de actitudes negativas ante factores personales y ambientales. Y este fracaso, según Marchesi y Hernández (2003), se puede explicar por la falta de conocimientos y habilidades cognitivas, pero también hay que tener en cuenta la ausencia de motivación, interés y afectos positivos. Está claro entonces que "lo cognitivo y afectivo parecen ser indivisibles y ambos tienen responsabilidades en las actuaciones evaluativas emitidas por los sujetos ante determinados objetos, personas o situaciones" (Martínez, 2008, p. 251).

En este breve repaso histórico, se puede apreciar la significatividad de la interacción ante los dominios cognitivo y afectivo durante el aprendizaje matemático (Gómez-Chacón, 2016). A día de hoy, el análisis de las variables afectivas hacia las matemáticas sigue siendo fuente de investigaciones y son numerosos los trabajos que se pueden encontrar, en concreto, que analizan esta dimensión afectiva ante la resolución de problemas matemáticos (RPM), las causas y repercusiones que tienen sobre los maestros en formación inicial, en estudiantes universitarios, de secundaria y primaria, entre otros (Caballero, Cárdenas y Gordillo, 2016).

Para poder considerar el dominio afectivo en la Educación Matemática, vamos a tomar como punto de partida la definición clásica aportada por McLeod (1989) que engloba actitudes, emociones y creencias. Estos tres descriptores básicos son considerados por muchos autores (Blanco et al., 2010; Hannula et al., 2016; Maroto, 2015) para definir la dimensión afectiva. Una vez definidos, se va a tratar la interrelación que tienen entre sí las tres variables y la importancia del conocimiento de éstas para una buena elección en las estrategias docentes por parte del profesor de matemáticas.

#### 2.1.1. Revisión de los elementos del dominio afectivo

Las **creencias** se comportan como principios rectores de las acciones de los sujetos y suelen estar conectadas con sentimientos, emociones y actitudes hacia la matemática (Martínez, 2013). Se convierten en la estructura que va construyendo la realidad y visión del mundo de cada individuo (Schoenfld, 1992) a través de las experiencias, informaciones, percepciones, etc. vividas y dan respuesta a nuestras acciones (Vila y Callejo, 2004). Están fuertemente ligadas al sujeto y son ideas que se consideran ciertas y verdaderas (Ortega, 2013).

Destacamos las dos grandes categorías en las que distribuye las creencias Bermejo (1996): creencias sobre las mismas matemáticas y creencias de los alumnos en relación con las matemáticas, aunque en este trabajo tendremos presentes los estudios de Mc Leod (1992), quien hace una distinción más desarrollada en cuatro ejes: creencias acerca de las Matemáticas y de su enseñanza y aprendizaje, creencias acerca de uno mismo como aprendiz de Matemáticas, creencias sobre la enseñanza de las matemáticas y creencias suscitadas por el contexto social.

Estas cuatro subcategorías son utilizadas en muchos estudios relevantes posteriores (Blanco et al. 2010; Caballero y Blanco, 2007; García, Gómez, Solano y Fernández, 2020). En los estudios McLeod (2002 citado en Gamboa y Moreira-Mora, 2016), se logró determinar que tienen un fuerte impacto en el proceso educativo las creencias individuales de los estudiantes sobre las Matemáticas y su enseñanza, sobre sí mismos en su rol de aprendiz o sobre el contexto social.

La **actitud**, como indica Hart (1989), es una predisposición evaluativa (positiva o negativa) que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento. Romero, Utrilla y Utrilla (2014) consideran que lo cognitivo y lo emocional participan en la manifestación de actitudes positivas o negativas, favoreciendo u obstaculizando el aprendizaje, según el sesgo emocional que les proporcionen. Nortes y Nortes (2017) de acuerdo con Martínez (2008), incluyen la categoría de neutro, considerando que los estudiantes construyen actitudes positivas, neutras y negativas.

La percepción de los docentes y cómo desarrollan su práctica influye en las actitudes del alumnado (Fernández, Hernández, Prada y Ramírez, 2018), por lo que se pretenderá intervenir en la mejora de las actitudes hacia las matemáticas (Caballero et al., 2016) atendiendo a la relación profesor-alumno, las concepciones curriculares sobre las matemáticas y los estereotipos en torno a las matemáticas, sobre todo, aquellos relativos a su dificultad y utilidad (Mato, 2010).

El estudio de las **emociones** resulta complicado ya que se trata de un aspecto muy personal. Las personas son todas y cada una de ellas diferentes, con distintas personalidades y cuya interacción entre lo cognitivo y lo afectivo-emocional es muy particular. Caballero, Cárdenas y Gómez (2014) consideran que las emociones incluyen reacciones fisiológicas y tienen efecto de manera intensa y en un corto tiempo. Entre las reacciones que se pueden producir, la ansiedad y la frustración toman un papel fundamental en las consecuencias resultantes en los logros matemáticos (Blanco et al. 2010).

El término de ansiedad matemática se ha ido definiendo en vista de los resultados de un gran número de investigaciones a nivel mundial (Castro, 2017; Stoehr, 2017) que afirman la existencia de dificultades emocionales frente a las matemáticas en todas las etapas educativas y en diversos niveles de formación (Villamizar, Araújo y Trujillo, 2020). Recientes estudios (Agüero, Meza, Suárez y Schmidt, 2017) confirman lo que se viene investigando de años atrás, como Pérez-Tyteca, Monje y Castro (2013) mostrando que existe una correlación negativa entre el nivel de ansiedad matemática y la autoconfianza en los estudiantes que realizan el paso de la educación secundaria a la universitaria, y hay diferencias significativas de género a favor de los hombres influyendo en la elección de sus estudios posteriores. Tratar sobre este hecho no es directamente el objeto de nuestro estudio, pero sí es de importancia su reconocimiento e influencia dentro de nuestro marco afectivo, ya que también guiará las posibles estrategias de acción que elijamos.

#### 2.1.2. Relación entre las variables del dominio afectivo

Los tres descriptores del dominio afectivo tienen una estrecha relación tanto en su definición como en su forma de influir en la enseñanza-aprendizaje de los alumnos. Son diferentes investigaciones las que constatan este vínculo entre actitudes, creencias y emociones. La relación que establece Gil et al. (2005, p. 17), nos permite reflexionar sobre este asunto:

La experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas influye en la formación de sus creencias, éstas tienen una consecuencia directa en su comportamiento (actitudes) y el resultado es la reacción emocional (emociones) positiva o negativa en las situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender.

Bajo esta idea, la cadena sería creencias → actitudes → emociones, pero del mismo modo, podemos pensar qué ocurre ante esta situación que ofrece Gómez-Chacón (1997, citado en Gómez-Chacón, 2000, p. 26):

El estudiante, al aprender matemáticas, recibe continuos estímulos asociados con las matemáticas. Ante ellos reacciona emocionalmente de forma positiva o negativa. Esta

reacción está condicionada por sus creencias acerca de sí mismo y acerca de las matemáticas. Si el individuo se encuentra con situaciones similares repetidamente, produciéndole la misma clase de reacciones afectivas, entonces la activación de la reacción emocional (satisfacción, frustración, etc.) puede ser automatizada, y se "solidifica" en actitudes. Estas actitudes y emociones influyen en las creencias y colaboran a su formación (Gómez-Chacón, 1997).

En este caso, la situación parte de las emociones que libera el sujeto ante una situación y van a acabar influyendo tanto en las actitudes que muestre como en la concepción de las creencias. De este modo, se aprecia la relación existente entre aprendizaje y afecto, volviendo a la idea anterior y generándose una relación cíclica entre los tres descriptores en ambos sentidos.

Debemos tener en cuenta que cambiar la conducta no implica cambiar las creencias de forma fiable, ya que algunas personas lo pueden considerar una serie de coincidencias que no tienen conexión sin convencerse mediante la repetición de experiencias (Gómez-Chacón, 2000). Si pensamos en influir sobre las creencias, debemos de saber que no son innatas, sino que las adquirimos a lo largo de la vida a través de nuestras experiencias según Gil et al. (2005). En ocasiones, las creencias que componen la estructura mental del alumno son irracionales, desadaptativas y limitantes, por lo que debemos ayudarles a sustituirlas por otras racionales, adaptativas y posibilitadoras del cambio y del crecimiento personal (Ortega, 2013). Modificar esas creencias es posible, pero supone tiempo y esfuerzo, sobre todo en aquellas que tienen sus creencias tan aferradas. Por ello, es importante identificarlas, analizarlas y sustituirlas, y como planea Gómez-Chacón (2002), se podrán modificar más rápidamente si se dispone de las capacidades, herramientas o estrategias necesarias para abordar las tareas matemáticas que se propongan. Bajo esta misma idea, Gómez-Chacón (2000) considera que los éxitos o fracasos no siempre van a depender de las capacidades cognitivas, y no consistirá en ocultar las emociones, sino de una buena gestión de éstas.

Analizando estas relaciones, aquellas creencias, actitudes y emociones que giren en torno a vivencias que compartamos junto a ellos y en las que sí podremos de algún modo incidir, serán las que surjan de las experiencias que propiciemos a nuestros estudiantes en las aulas. Este tipo de experiencias serán cruciales para dar forma a su manera de sentir, actuar y creer en todos los ámbitos relacionados con la Matemática. Además, como hemos visto, tendrá una consecuencia directa en la confianza, motivación e interés propio por aprender, y como consecuencia, en sus futuros logros matemáticos. Esta consideración también la toman otros estudios (Estrada et al. 2017) que han diseñado un modelo en el que se toma al contexto como eje motor para el aprendizaje matemático. Consideran como "contexto" al medio ambiente donde se desea

propiciar el aprendizaje, y en este caso, a los profesores, compañeros, actividades y la tecnología. Si el contexto que se presenta es distinto a lo esperado, se convertirá en un conflicto que condicionará a los alumnos a generar nuevas emociones, nuevas conductas y reestructurar sus creencias que los llevarán a aceptar o rechazar la nueva situación de aprendizaje matemático; y el ciclo vuelve a comenzar.

Caballero et al. (2016) aconsejan planificar una intervención que contemple propuestas de actuación integradas, pero vista la interrelación entre los tres descriptores del dominio afectivo, una buena intervención sobre una de las variables posiblemente influya en las otras.

#### 2.1.3. Rol del profesor

Como docentes, tenemos que proporcionar a nuestros estudiantes la posibilidad de adquirir, cambiar, ampliar y evaluar sus conocimientos en base a sus conocimientos previos. Las estrategias que consideremos para tratar este aspecto cognitivo deberán de tener en cuenta el marco afectivo que estamos poniendo valor. Para ello, se deberá de promover emociones, actitudes y creencias positivas que busquen la mejora del rendimiento y de las expectativas de logro hacia las matemáticas.

Vizcaíno, Manzano y Casas (2015) advierten que "las falsas creencias, creencias erróneas o saberes mal fundamentados pueden fomentar experiencias inadecuadas en la construcción del conocimiento" (p. 305), por lo que es fundamental identificar y comprender estas creencias para adaptar las estrategias de enseñanza, ya que son tan importantes como los propios conocimientos (Williams y Gómez-Chacón, 2007).

El profesor de matemáticas debe promover actitudes, creencias y emociones positivas entre sus estudiantes pasando, según Gil et al. (2005), necesariamente por plantearse el uso de una metodología didáctica que cambie la imagen de la asignatura. Muñoz y Mato (2008) dejan claro que implícitamente se desarrollan actitudes en los alumnos durante el desarrollo de la materia, pero matiza que es uno de los objetivos de la enseñanza, y uno de los fines de la educación (no lo podemos relegar). Tener en cuenta este hecho hará mejorar la predisposición de nuestros alumnos, tengan una mayor confianza en sí mismos y les ayudará a dar sentido a las matemáticas en su día a día (Mato et al. 2014).

También debemos atender, como indica Gómez-Chacón (2000), a que los alumnos tengan una serie de expectativas sobre el profesor de matemáticas y la enseñanza que llevará a cabo. Esta idea es transmitida por el propio profesorado ya que, a pesar de las innovaciones didácticas en

la enseñanza de las matemáticas, las creencias con relación a este aspecto sitúan la figura del docente al estilo tradicional y rutinario: el profesor transmite la información, el alumno se limita a recogerla. De hecho, según estudios recientes sobre el libro de texto como recurso didáctico, posicionan al libro de texto como sustituto del propio profesor que lo convierte en un mero transmisor de lo que en él aparece, siendo la repetición y memoria prácticamente el único modo de aprendizaje (Fernández y Caballero, 2017).

Alsina (2010) hace un símil con la *pirámide alimentaria*, construyendo la "Pirámide de la Educación Matemática" y en la que se indican los recursos que se pueden utilizar para desarrollar el pensamiento matemático según su frecuencia de uso más recomendable. El libro de texto aparece en la cúspide de la pirámide, lo que quiere decir que es el recurso que se debería usar con menos frecuencia, hecho que se contradice con la realidad. Como hemos visto, el libro de texto continúa ejerciendo un control considerable en el diseño y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas (Alsina, 2010).

Continuando el orden de la pirámide, tras el libro de texto tenemos los recursos tecnológicos, seguido por los recursos literarios, después los recursos lúdicos, los recursos manipulativos y por último las situaciones cotidianas, matematización del entorno y exploración del propio cuerpo. Lo habitual es encontrar que en la práctica diaria de los docentes la pirámide está invertida, dejando el uso de materiales manipulativos, juegos y matematización en última instancia. Esta inversión conlleva graves problema como los aprendizajes poco significativos, la desmotivación o la falta de comprensión, entre otros (Alsina, 2016).

Murillo y Hernández (2011) toman esta creencia como uno de los aspectos que más repercuten en la práctica docente. El profesor debería ser una figura de guía tanto de conocimientos como de ideas que conformarán el sistema personal de creencias y valores de nuestros alumnos. El aprendizaje que debemos ofrecer tiene que incluir diferentes formas de representación y aproximación a otros contenidos, que sepan buscar alternativas y autocomprobar sus soluciones, volviendo el aprendizaje significativo y útil para el alumno.

Para nuestra buena práctica también debemos de tener en cuenta la definición de aprendizaje emocional, que consiste en asociar un determinado estímulo con una emoción. De ella surge un aprendizaje al que cada alumno le asignará un valor o un significado emocional (Smith y Kosslyn, 2007). Conocer las emociones que experimenta uno mismo como docente y la de sus estudiantes durante la enseñanza de las matemáticas es denominado por García y Pascual (2017) como conocimiento emocional. Guerrero (2020) pone atención en saber interpretar las señales

corporales del alumno para saber lo que está experimentando en el aula y así ayudarles a trabajar sus emociones.

Queda en nuestra mano la elección de emplear estrategias de aprendizaje que sean más adecuadas en cada caso para fortalecer los afectos positivos en nuestros estudiantes. Relacionar los aspectos cognitivos con los afectivos-emocionales debería ser algo "ineludible en la elaboración de nuevas y más eficientes metodologías de enseñanza-aprendizaje en pos de una evolución y mejora de la práctica educativa" (Elizondo et al. 2018, p. 9). Asimismo, las decisiones que se tomen al realizar las planificaciones se verán influenciadas en la comprensión de las matemáticas por parte de los docentes, quienes deben ser capaz de dominar los conocimientos necesarios y dar prioridad a los procesos, al razonamiento, a la resolución de problemas, y dejar de lado la memorización, el uso de reglas y de algoritmos (Villela, 2004 citado en Fernández et al., 2018). El papel del docente se vuelve fundamental para lograr un ambiente y clima adecuado en el aula (Fernández et al., 2018) volviéndose imprescindible tener una idea de las implicaciones emocionales en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Notar que no nos quedaremos sólo en proponer posibles buenas elecciones metodológicas y propuestas que llevar al aula, sino que se ha de reconocer el valor que tiene el docente como guía en todo el desarrollo del proceso del alumno. Como consecuencia, será necesario aplicar estrategias y técnicas de acompañamiento emocional efectivo en matemáticas, y una posterior evaluación del proceso para otras futuras propuestas.

# 2.2. El juego como recurso en la Educación Matemática

Son muchas las razones que dan los autores para justificar la utilización de los juegos en el aula de matemáticas. En concreto, destacan dos: los ejemplos históricos que demuestran como muchos descubrimientos matemáticos han resultado como solución a un juego o acertijo, y la similitud existente entre el quehacer matemático y los juegos (Arce et al. 2019).

En esta sección se hace una revisión por la bibliografía existente en este ámbito que demuestra que los juegos mejoran la actitud y el interés del alumnado en matemáticas, además de tener un gran impacto positivo en el aprendizaje afectivo. Asimismo, se define el concepto de juego y se presenta una posible clasificación atendiendo a diferentes aspectos.

La buena planificación de las experiencias será ocupación del docente, que deberá conocer las diferencias entre las metodologías existentes, los posibles tipos de juegos que puede ofrecer, realizar un debido acompañamiento emocional y tener claro los propósitos con los que plantea

la actividad, con el fin de proporcionar un ambiente relajado que facilite al alumno concentrarse más en la tarea y disfrutar del proceso.

#### 2.2.1. Hacer matemáticas a través del juego

"El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la matemática. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y su belleza?"

Miguel de Guzmán

El juego es conocido por ser una actividad innata de los más pequeños para descubrir su realidad y es que todo tipo de juego educa (Álvarez, 1987). A medida que los niños van creciendo, el juego se deja de lado y se ve reemplazado por otras actividades. Blatner y Blatner (1997 citado en Briceño, 2018) consideran que el juego implica una serie de procesos que contribuyen al desarrollo integral, emocional y social de las personas, es decir, no es solamente un asunto de niños, sino también de jóvenes y adultos. Autores de diversos ámbitos han analizado la visión del juego desde diferentes perspectivas, pero siempre valorando el juego como un instrumento vital del desarrollo humano (Montañés et al., 2000). La matemática siempre ha tenido una estrecha relación con los juegos a lo largo de historia, llevando a realizar profundas reflexiones con gran motivación y reto (Tamayo, 2008). Martín Gardner (1975) afirma que:

El mejor camino para hacer las Matemáticas interesante a alumnos y profanos es acercarse a ellas en son de juego. [...] El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades.

La propia experiencia de docentes de Secundaria como la que se recoge en primera persona en García (2019), reflexiona sobre el valor de los juegos y reconoce que en Primaria parece que está normalizado el hecho de utilizar actividades lúdicas en todas las áreas para mejorar la implicación de los niños, pero es cierto que en las aulas de secundaria, y particularmente en Matemáticas, hacer uso de este tipo de actividades con juegos también es aconsejable, ya que se consigue un alto nivel de motivación, además de conseguir trabajar conceptos y destrezas.

Miguel de Guzmán (1984) establece una similitud entre lo que implica jugar y hacer matemática en el aula. El paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema (Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo, 2008), ha sido estudiado por muchos autores, ayudando a descubrir procesos heurísticos a los alumnos. Por otra parte, Gómez Chacón (1992), también han profundizado sobre las relaciones que se dan entre los juegos de mesa y los problemas matemáticos.

El juego ha ido evolucionando a la par de la sociedad, por lo que ha ido adquiriendo connotaciones distintas. González, Molina y Sánchez (2014) sugieren que ante la dificultad de proporcionar una definición universal sobre "el juego", cada educador o investigador utilice la definición que mejor se ajuste a los propósitos que persiga. Para este trabajo, nos quedaremos con la definición que se encuentra en un artículo reciente (Ramírez, 2019), donde se toma una de las acepciones de "jugar" del diccionario de la Real Academia Española (RAE): "Hacer algo con alegría con el fin de entretenerse, divertirse o desarrollar determinadas capacidades"

En los siguientes apartados se van a analizar las posibilidades del juego como elemento para potenciar los afectos positivos en Educación Matemática atendiendo a ("hacer algo con alegría con el fin de entretenerse, divertirse") que es lo que la autora tomaba como motivación, y a su vez, trabajar las competencias matemáticas ("desarrollar determinadas capacidades"), que lo define como funcionalidad. Por lo tanto, parece indicado que, si queremos combinar disfrutar y aprender en la asignatura de matemáticas, tengamos en cuenta el uso del juego como herramienta.

#### 2.2.2. Estudios previos sobre la relación juego y afecto

Se busca que las experiencias que propiciemos en nuestras aulas sean motivadoras, estimulantes, agradables y relajadas. Con actividades lúdicas buscamos conectar con los intereses de nuestro alumnado, consiguiendo además que se impliquen más en su propio proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es importante tener como punto de partida investigaciones y estudios previos, querer conocer, analizar y reflexionar sobre el estado del arte de esta cuestión y saber las diferentes problemáticas que nos podemos encontrar en cualquier nivel educativo. Tener en cuenta estos aspectos nos hará poder tomar una elección adecuada de juegos o cualquier recurso que queramos plantear, además de desarrollarnos como buenos profesionales (Carmona y Cardeñoso, 2019).

Realizando una revisión de la literatura basada en investigaciones que han dirigido su atención al juego como un recurso didáctico en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se han encontrado trabajos que tienen precisamente esta búsqueda y comparación como objeto de estudio. La investigación llevada a cabo por González et al. (2014) la tendremos muy presente a continuación para mencionar algunas conclusiones que sacan en claro los autores y, asimismo, vamos a mostrar los resultados de dos estudios concretos:

- Offenholley (2012) presenta una serie de juegos en clase de matemáticas consiguiendo una experiencia emocional positiva que queda recogida bajo el título *Gaming Your Mathematics Course: The Theory and Practice of Games for Learning*. Justifica que tanto los juegos extrínsecos como intrínsecos tienen el potencial de lograr, como mínimo, la disminución de ansiedad y el aumento de motivación consiguiendo más tiempo de práctica. La presentación de ciertos juegos como introducción del tema consiguió que los estudiantes quisieran dedicarle más tiempo a la práctica. Este autor anima y pone a disposición de los docentes fuentes para informarse sobre este tipo de actividades que, lejos de ser distracciones o pérdidas de tiempo, considera los juegos una parte integral e importante del aprendizaje.
- El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora es un artículo de investigación publicado por Muñiz-Rodríguez, Alonso y Rodríguez-Muñiz (2014) donde realizan una experiencia con alumnado de 1º ESO de un centro de Asturias para trabajar el bloque de Geometría. Las clases de matemáticas incorporaron una vertiente lúdica sin perder ni rebajar los objetivos de aprendizaje de la materia. Previa a la puesta en práctica, el profesorado temía que esta nueva dinámica supusiese motivo de pérdida de la concentración, acomodación en los estudios, disminución del orden en el aula, etc. El análisis de los resultados demuestra que ha sido una experiencia gratificante, contradiciendo las suposiciones iniciales de los docentes y, además, el uso de esta estrategia ha repercutido positivamente en el rendimiento de los alumnos. Por medio de la observación en el aula, se percibió un aumento de la motivación en los alumnos, se implicaban en las actividades y se mostraban más participativos. El interés por ganar les hacía involucrarse de forma directa en su aprendizaje y buscaban rápidamente las mejores estrategias para resolver los problemas que se les planteaban. Los resultados considerados a través de la observación fueron cerciorados al final de la unidad, donde se pidió al alumnado que valorase la experiencia a través de unos ítems comparando la nueva metodología y la usada habitualmente. El nivel de interés y motivación subió dos puntos, el grado de dificultad de los contenidos bajó un punto y los resultados de aprendizaje subieron un punto (todo sobre diez). Como se puede comprobar, se trata de unos resultados muy positivos. El grado de satisfacción es el ítem que más destaca alcanzando más de dos puntos de diferencia positivamente gracias a la nueva metodología. De este modo, pudieron concluir con que se cumplió el objetivo general que querían alcanzar: "mejorar la actitud y el interés del alumnado en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas".

En general, es frecuente encontrar que el interés de estas investigaciones se centre en el estudio de los efectos actitudinales del juego que, a su vez, consideran una valiosa diversidad en los puntos focales de todas ellas (González et al., 2014). Además, podemos apreciar la variedad de trabajos fin de grado y de máster (en todas las etapas educativas) que tienen como propósito el presentar experiencias innovadoras a través de actividades lúdicas. Carmona y Cardeñoso (2019) destacan la importancia de los mismos y consideran que estas propuestas se podrán llevar al aula con ligeras adecuaciones al contexto, mas son valiosas las reflexiones que se obtienen, pudiendo ser de ayuda para aquellos docentes que se encuentren en disposición para iniciar este tipo de innovación en su metodología docente. Notar que no todos estos trabajos acaban siendo publicados o compartidos a través de los repositorios universitarios, por lo que seguramente existan muchos más de a los que podamos tener acceso.

Para Ernest (1986 citado en González et al., 2014) la motivación es la principal ventaja de utilizar juegos ya que se consigue que el alumnado se sumerja en el juego mejorando con el tiempo su actitud hacia la materia. A esta idea, se le suma según Jiménez y Lasa (2018, p. 1) que "mediante el juego se pueden crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitan experimentar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar.". En muchas ocasiones, la motivación de los alumnos controla sus acciones, por lo que "las implicaciones de tipo emocional, el carácter lúdico, el desbloqueo emocional, la desinhibición, son fuentes de motivación que proporcionan una forma distinta a la tradicional de acercarse al aprendizaje" (Corbalán y Deulofeu, 1996 citado en Muñiz-Rodríguez et al. 2014, p.20).

De las medidas que considera eficaces (EACEA P9 Eurydice, 2011) para la mejora del rendimiento en matemáticas y que recoge Alsina (2016), destacamos por un lado los factores motivacionales, como acabamos de anticipar según otros autores (fomentar la participación activa, establecer y comunicar a los alumnos unas expectativas de aprendizajes elevadas) y, por otro lado, la atención y adaptabilidad por parte del profesorado a los intereses de los alumnos, pero también en lo referente a las diferentes necesidades de aprendizaje del alumnado. Según Muñiz-Rodríguez et al. (2014) el uso de juegos en las experiencias mencionadas destaca por sus beneficios por atender al tratamiento de la diversidad.

Las experiencias que se propongan en clase de matemáticas reforzarán las habilidades matemáticas y estimularán seguramente actitudes y emociones positivas (según los estudios revisados). Sin embargo, Butler (1988 citado en González et al., 2014) hace constar que la motivación puede durar solo durante la actividad y no trascender ni incrementar el interés del alumno por la materia. Esta idea es esencial tenerla en cuenta durante el desarrollo de nuestras

prácticas para atender a las necesidades, no sólo académicas, sino afectivas de nuestro alumnado, ya que van a repercutir directamente en su aprendizaje presente y futuro. Como se ha estudiado en el punto anterior, podríamos situar este tipo de circunstancias en alumnos que tengan unas creencias muy arraigadas, ya sea sobre sí mismos como aprendices, sobre la enseñanza de las matemáticas, hacia la Matemática en sí o por el contexto social en el que se desenvuelvan (Mc Leod, 1992). En consecuencia, tenemos la responsabilidad de atender a todo el alumnado ayudándoles a construir su propio aprendizaje y poner a su disposición las herramientas que consigan sustituir, con el tiempo, sus creencias negativas por otras que ofrezcan posibilidades de cambio y crecimiento personal (Ortega, 2013).

Para reforzar las creencias que vayan construyendo nuestros alumnos, al igual que hace García (2019), se pretende que el planteamiento de hacer uso de juegos no sea para cubrir los huecos que queden libres en el horario, antes de las vacaciones o fechas especiales, sino que se pretende incorporarlos como un recurso lúdico que se utilizarán cuando el docente considere que, dentro de los objetivos curriculares, se vaya a conseguir la motivación e implicación de los alumnos. Esta misma autora, realiza una interesante clasificación que ha constatado tras años de experiencia, sobre los cambios de roles que se establecen al jugar en clase de matemáticas:

- *Un cambio para los alumnos que no participan en clase, que no se atreven:* los juegos ayudan a implicarse, lejos de las miradas del "gran grupo" y del profesorado. Los errores no se penalizan en la realidad, por lo que, si uno se equivoca, las ganas de jugar harán que no vuelva a cometer ese mismo error, con intenciones de avanzar y quizás ganar.
- *Un cambio para los que tienen dificultades:* jugar les permite olvidarse durante el juego de una situación de fracaso. En ocasiones, cuando estos alumnos son ayudados por "la suerte" que interviene en la mayoría de los juegos, han resultados tener papeles destacados en una partida, reforzando de esta forma su autoestima y su futuro comportamiento en clase.
- *Un cambio para los que siempre han sido "leader" en clase:* al jugar en parejas o equipos, se ven obligados a colaborar y ayudar a sus compañeros.
- Un cambio en el papel del profesorado: colocando al docente en un segundo plano. En el momento de acción, con todas las indicaciones previas dadas al grupo, los propios alumnos deben ser capaces de "actuar", de jugar de forma autónoma. Las dudas que vayan surgiendo deben primero ser resueltas entre los jugadores y el profesor intervenir sólo en caso de litigio.

Las situaciones de fracaso que se mencionan en el segundo punto pueden venir dadas cuando un alumno considera que no va a saber enfrentarse a una tarea nueva, no va a ser lo suficiente rápido o tiene miedo a equivocarse. Frustración, rechazo, negación, evitación son actitudes que puede manifestar el alumnado en el proceso de aprendizaje (Planas, 2012). Aprender a fracasar, a tolerar la frustración y a volver a intentarlo son factores claves que debemos abordar. Tough (2012) considera que este tipo de experiencias lúdicas se convierten en desafío o retos que hará exponerse a los alumnos en la posibilidad de fallar, consiguiendo con el tiempo trabajar sobre esas actitudes negativas reveladas. Toda persona en algún momento en diferentes ámbitos de su vida ha sentido la satisfacción al conseguir resolver un reto, la sensación de superación cuando avanza de nivel, los nervios de saber qué ocurrirá después y el placer de superar un desafío que anteriormente le había ocasionado frustración (Play-Explore, s.f.). Este tipo de experiencias son las que se deben de generar en la clase de matemáticas.

Todo trabajo que relacione matemáticas con el juego se apoya en el "decálogo del juego" de Alsina (2001) que reúne los argumentos con los que evidencia el uso de este recurso como indispensable en la clase de matemáticas. Para interiorizar este decálogo y poder ver prácticas reales en el aula, es primordial que los propios docentes experimenten este tipo de estrategias y den valor a su utilidad. Esta idea es justo la llevada a cabo en el estudio de Meletiou-Mavrotheris y Prodromou (2016) en la que ofrecieron a un grupo de maestros en formación inicial conocimientos, habilidades y experiencia práctica para integrar los juegos educativos dentro del plan de estudios de matemáticas. Entre las conclusiones, se destaca el impacto positivo sobre la percepción de los maestros y sobre su competencia para seleccionar, evaluar y utilizar eficazmente los juegos como herramienta en las aulas.

Por último, mencionar algunas limitaciones que encuentra González et al. (2014) en las búsquedas realizadas con relación a este asunto y que se han visto constatadas con la información recaba:

- Las prácticas encontradas normalmente se limitan a experiencias puntuales o en contextos concretos. Sería interesante realizar investigaciones que abarquen periodos de tiempo amplios que podrían arrojar más información acerca de si la motivación prevalece aun cuando el juego ha terminado, si el interés y las participaciones aparecen solo durante las actividades lúdicas o si la dinámica de clase en general evoluciona positivamente.
- Un gran porcentaje de las experiencias se centran en niveles educativos bajos. Si se consideran los beneficios que proporciona en niños, y ya se ha visto que también ocurre

- con jóvenes y adultos, se debería hacer más uso de los juegos en niveles medios y superiores.
- A pesar de las evidencias y experiencias que existen del uso de este recurso, la realidad en las aulas de secundaria se ve influenciada por el uso del libro como tendencia generalizada que convierten la clase de matemáticas en rutinaria y aburrida.

#### 2.2.3. Tipología de juegos

En el apartado anterior se ha encontrado una extensa variedad de investigaciones con relación al juego como objeto de estudio, por lo que no es de extrañar que también encontremos una amplia clasificación de juegos en función de distintos criterios que se quieran establecer y dependiendo del ámbito en el que se apliquen. Se puede tener en cuenta el lugar que ocupan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los contextos en los que se desenvuelvan, los contenidos que trabajan o los jugadores que participan, entre otros. A su vez, cada una de estas clasificaciones tiene subcategorías. Si atendemos al formato en el que los juegos se presentan, podemos encontrar, por ejemplo, juegos de papel y lápiz, de tablero, de rol, de miniaturas, de cartas (coleccionables o no) o de dados (Alsina, 2016).

A continuación, intentaremos dar pautas para hacer una buena selección, pero para que realmente sea adecuada, debe tener una correspondencia directa con los objetivos, contenidos, el método de enseñanza y adecuarse al sistema de evaluación (Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004; Cruz, 2013)

Las actividades lúdicas son aquellas pertenecientes o relativas al juego (RAE) y podríamos empezar por una clasificación de los juegos en dos grandes grupos: *juego libre* y *juego dirigido*. En concreto, nos centramos en los que encontraremos en el segundo tipo puesto que tienen un determinado objetivo, han sido previamente organizados, se rigen por unas reglas fijadas y se ve la evolución a medida que nos encontremos en una determinada fase del juego (López, 2013).

Centrándonos en contextos educativos, solemos referirnos a los recursos didácticos como cualquier material que se ha elaborado con la intención de facilitar al docente su función y a su vez el aprendizaje del alumno (Idrogo, 2016). Canals (2001) considera que:

Si sabemos proponer la experimentación de forma adecuada a cada edad, y a partir de aquí fomentar el diálogo y la interacción necesarias, el material, lejos de ser un obstáculo que nos haga perder el tiempo o dificulte el paso a la abstracción, la facilitará en manera, porque fomentará el descubrimiento y hará posible un aprendizaje sólido y significativo.

Hay autores que matizan la diferencia entre material y recurso. Coriat (1997) citado por García y Adamuz (2020) considera que los materiales son aquellos creados específicamente para el aula y los recursos son herramientas que se integran en el aula para facilitar la tarea docente sin haber sido diseñados para este fin. Nosotros no haremos distinción entre ambos, por lo también podemos adoptar esta definición tanto para recurso o material didáctico: "Son todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que ayudan a descubrir, consolidar o entender conceptos en las diferentes fases del aprendizaje" (Alsina, Burgués y Fortuny, 1988, p.13).

Considerando que los juegos en los que nos vamos a centrar en nuestro trabajo requieren de algún recurso o material, vemos apropiada la clasificación que se realiza en Muñoz (2014) de acuerdo a los recursos didácticos más utilizados en el aula de matemáticas: a) materiales manipulativos (regletas, ábacos, bloques, geoplanos...); b) juegos didácticos (dominós, pasatiempos, cartas, juegos de mesa, etc.); c) materiales virtuales (juegos interactivos); d) materiales ambientales (metro, dinero, calculadora, etc.).

Por último, vamos a considerar la elección de los juegos en función a las diferentes finalidades que se buscan al plantear un recurso u otro. Corbalán y Deulofeu (1996), dicen que el uso de los juegos en el marco escolar puede tener como finalidad la comprensión de conceptos, la mejora de las técnicas o la adquisición de métodos de resolución. Según Chemello (2004) el juego puede utilizarse para diagnosticar el estado de un determinado saber, iniciar el trabajo de un conocimiento nuevo, para reutilizar un conocimiento aprendido o para evaluar sus aprendizajes. Ésta es muy similar a otra clasificación que considera que un juego bien elegido puede servir para introducir un tema, ayudar a comprender mejor los conceptos y procesos, afianzar los ya adquiridos, adquirir destrezas en algún algoritmo o descubrir la importancia de una propiedad, reforzar automatismos y consolidar un contenido (Salvador, s.f.).

Basándonos en estos modelos, se ha considerado la correlación que existe entre la elección de un juego y las diferentes actividades que planteamos en nuestras unidades didácticas, conformando la siguiente propuesta de clasificación en función de la finalidad:

- **Introducir** un determinado contenido o tema. Esta primera imagen que tengan los alumnos en relación a la unidad influirá en las actividades consecutivas. Los juegos que aquí se propongan han de producir un gran interés en el alumnado y conectarles con la realidad que han de aprender. También se trata de observar la formación inicial con la que parten.
- **Desarrollar o aplicar** los distintos contenidos propuestos a lo largo del tema para la consecución de los objetivos y adquisición de las competencias básicas de la materia.

- **Consolidar** los contenidos centrándonos en aspectos propios del quehacer matemático: habilidades, destrezas, procesos, pensamiento lógico, razonamiento, visualización...
- **Repasar o reforzar** aquellos contenidos que ya han sido desarrollados pero se necesita adecuar con un refuerzo de algún tema concreto y que atienda a la diversidad del aula.
- **Ampliar** conocimientos y contenidos fuera de los propios del desarrollo de las unidades.
- **Evaluar** los aprendizajes adquiridos en el proceso de enseñanza del alumno sobre los contenidos y actividades trabajadas a lo largo de la unidad didáctica.

# 2.2.4. ¿Cómo planificar un buen juego?

A la hora de realizar la planificación de nuestra actividad lúdica, vamos a considerar la clasificación última como punto de partida. En concreto, nos centraremos en el uso de materiales y recursos didácticos para las sesiones y seguiremos las siguientes pautas para la planificación:

- **Seleccionar** juegos que puedan ser de interés y analizarlos convenientemente para saber si podrían ser de utilidad en función de la finalidad que se busque.
- Diseñar la experiencia centrando los objetivos, contenidos, competencias y atendiendo a
  todas las componentes que se van a ver involucradas en el aprendizaje, así como en los
  afectos positivos que pueda producir para exprimir la experiencia lúdica y maximizar el
  potencial del juego escogido (Carmona y Cardeñoso, 2019).
- **Ejecutar** la experiencia. En este punto los alumnos son los protagonistas del momento y de su propio aprendizaje, debemos observar los roles que se establecen, y adaptar y acompañar la actividad atendiendo a sus necesidades.
- Evaluar y reflexionar a través de la elaboración de herramientas que nos permitan valorar la aplicación del recurso escogido, los niveles de aprendizaje adquiridos acordes con los objetivos propuestos, el desarrollo de las diferentes competencias puestas en juego, y tener en cuenta la construcción de un instrumento para la evaluación de los afectos positivos hacia las matemáticas y sobre la experiencia.

Para la selección, Sánchez y Casas (1998) nos indican las cuatro características que debe reunir un buen juego para ser utilizado en clase de Matemáticas: (1) Tener unas reglas sencillas y un desarrollo no muy extenso; (2) Ser interesantes y atractivos en su presentación y desarrollo; (3) No ser basados únicamente en el azar; (4) Ser juegos que el alumno conozca y practique fuera del ambiente escolar y que puedan ser "matematizados".

Diseñar y desarrollar juegos no es una tarea fácil. Para encontrar un juego que se ajuste a los objetivos específicos de la unidad que estemos trabajando, Ramírez (2019) recomienda dos métodos de aproximación que tendremos en cuesta en nuestra propuesta: (1) partir del proceso inverso: reconocer las cualidades de un juego y adaptarlo a los contenidos; (2) rediseñar o inventar el propio juego. Además, esta autora propone una idea original: el alumnado puede crear una base de datos de juegos que les "divierten". Ellos mismos pueden realizar una presentación y compartirlos con la clase atendiendo a diferentes intereses.

Para un buen diseño, Cruz (2013) propone tener un mayor control de la situación en momentos donde nuestra atención es totalmente necesaria y facilitar el éxito del trabajo, preparando previamente una ficha que contenga: los objetivos de la actividad, la descripción y reglas del juego, los materiales a utilizar, el debate o discusión que se realizará después de terminar la actividad, el tiempo de duración, la estructuración del grupo y la rúbrica de evaluación de la actividad.

Durante la ejecución, hay que aprender a identificar las necesidades del alumnado y responder en su justa medida. Se recuerda que es el propio alumno el que debe actuar en este momento y ser el protagonista. Nuestro acompañamiento se volverá esencial en este punto de la actividad, pero como plantea (Carmona y Cardeñoso, 2019) es una habilidad por parte de los docentes que requiere voluntad, destreza, sensibilidad, desarrollo y muchos intentos fallidos. A la difícil tarea docente de provocar la interacción autónoma e inmotivada del alumnado con el juego, la llamamos devolución (Brousseau, 1986). Se refiere a toda aquella información, preguntas, ideas, ejemplos, silencios, miradas, interacciones que realice o no, a lo largo de toda la situación de aprendizaje, con el objetivo de que el alumno adquiera un compromiso e interés ante la tarea propuesta (Carmona y Cardeñoso, 2019). Brousseau (1986), asegura que este tipo de acciones permite a los estudiantes entrar en el "juego" de una construcción de su propio conocimiento.

En este proceso vivencial se van a "dejar llevar" y podremos atender a cuidar las relaciones con nuestros alumnos y entre nuestros alumnos, ser conscientes del clima que se produce en el aula, los estilos de comunicación que trabajan y proporcionarles estrategias que los lleve a la reflexión y a la gestión de sus propias emociones. Debemos comprender, acompañar y escuchar las emociones tanto buenas como malas, y felicitarles por ello desde el cariño y el respeto (Chias y Zurita, 2009). Hay ocasiones que incluso no importará lo que digamos, importará lo que se haga, por lo que es un buen momento de emprender juntos esa gestión emocional con

consciencia y sabiendo la posición de acompañamiento que tenemos, con confianza y sin juicio (Cantí, 2019).

En cuanto a la evaluación, hay profesores que limitan sus experiencias a "algo divertido" y realizan simplemente una valoración cualitativa sobre las impresiones de aprendizaje de los alumnos (Franco-Mariscal y Sánchez, 2019), pero nuestras propuestas deben ir más allá. La cronología habitual sitúa la evaluación en último lugar, consiguiendo con este planteamiento en muchas ocasiones que el aprendizaje acabe en el momento que empieza la evaluación (Salinas, 2002). Nosotros mismos partimos de las valoraciones y conclusiones (evaluaciones) de otras experiencias, para proponer unas nuevas en práctica y a su vez, la evaluación que se haga de éstas influirá en la mejora de las futuras. Esta misma idea es la que tenemos que mostrar a nuestros alumnos para que consideren la evaluación como un elemento de aprendizaje, no sólo en busca de una buena nota, sino de mejorar, avanzar, aprender y disfrutar de este proceso.

#### 2.2.5. ¿Gamificación o Aprendizaje Basado en Juegos?

Una vez hemos conformado un marco teórico sobre el juego como recurso en la Educación Matemática, podríamos plantearnos pensar las diferencias o similitudes que este tipo de propuesta tiene con las metodologías innovadoras que se están poniendo en práctica actualmente en las aulas de matemáticas.

La gamificación y el Aprendizaje Basado en Juegos son dos metodologías activas que persiguen un mismo objetivo: convertir al estudiante en protagonista de su aprendizaje con el docente como guía. Ambas emplean dinámicas de juego y por eso a veces se confunden (Educación3.0., 2018).

Un artículo reciente que está tomando mucha presencia en este trabajo (Carmona y Cardeñoso, 2019), plantea y cuestiona este hecho: *Nos lanzamos a innovar, pero ¿qué necesitan nuestros alumnos?* En concreto, vista la gran acogida que está recibiendo la gamificación, docentes que llevan muchos años trabajando con la herramienta de los juegos educativos intentan aclarar las ideas a través del artículo: *Gamificación en matemáticas ¿un nuevo enfoque o una nueva palabra?* De Muñoz, Hans y Fernández-Aliseda (2019) quienes comentan que hay compañeros de profesión que se lanzan a usar este tipo de corrientes sin tener en cuenta el proceso seguido por la didáctica de las matemáticas ni el profundo trabajo sobre juegos en el aula que se ha realizado en las últimas décadas, sin haber pasado previamente por la utilización de juegos educativos en el aula o haciendo uso del término sin realmente ser lo que se practica.

La Gamificación está siendo acogida en el ámbito educativo, pero sus inicios la ubican en el mundo empresarial y de negocios, para reclutar, mejorar el rendimiento, formar a los empleados y buscar beneficios. En educación, consiste en aplicar mecánicas y dinámicas típicas de los juegos para estimular, motivar y atraer al alumno a interaccionar con su aprendizaje, a través de una consecución de objetivos basada en elementos que suelen verse en el diseño de videojuegos.

A priori, es común que se confunda los términos Gamificación y Juegos Educativos, sin embargo, son estrategias totalmente diferentes en la teoría y en la práctica. Macías (2017, pp. 27-28) detalla muy bien esta diferencia:

Gamificación no significa jugar, sino emplear los elementos del juego en contextos no lúdicos, para lograr ciertos objetivos o metas. A nivel educativo, podríamos encontrar que los temas son clasificados por niveles y estos a su vez, asociados a puntos y reglas con restricción de tiempo para ser completados, se estará agregando a una actividad no lúdica elementos del juego (niveles, puntos, reglas, restricción de tiempo) para lograr un determinado objetivo pedagógico, en este caso, lograr que se comprenda una unidad concreta (Contreras, 2016). En cambio, los juegos educativos incorporan objetivos de aprendizaje en el modo de juego o en la jugabilidad; pueden ser digitales o no, pero siempre estarán destinados para el aprendizaje (Contreras, 2014).

La gamificación se basa en el uso de la mecánica y dinámica del juego para promover comportamientos deseados. Se entienden por mecánicas las normas que tiene todo juego y que han de cumplirse o llevarse a cabo para poder alcanzar el objetivo final. En función de la experiencia que se quiere llevar a cabo se usará la obtención de recompensas, acumulación de puntos, clasificación, subidas de nivel, superación de misiones...Utilizaremos unas u otras mecánicas según la dinámica en la que queramos basar nuestro juego. Las dinámicas buscan estimular e implicar a los alumnos en el juego que se va a crear en el aula (recompensa, estatus, competición, logro...) (Cuadrado, 2017), es decir, las inquietudes por las que las personas o estudiantes van a moverse para alcanzar sus objetivos. Trasladar la Gamificación al ámbito didáctico por sí misma no asegura ningún logro educativo, por lo que se deben escoger los elementos en función de los objetivos, las necesidades de aprendizaje y la metodología apropiada de enseñanza.

Por otro lado, los estudios e investigaciones que se han citado a lo largo de la revisión de la literatura de nuestro trabajo, sería más propio situarnos en la metodología que llamamos Aprendizaje Basado en Juegos (ABJ). "En ella se utilizan juegos, ya creados o inventados para la ocasión, con el fin de poder aprender a través de ellos. Así, el juego se convierte en vehículo para afianzar conceptos" (Educación3.0., 2018).

No va a ser estudio de este trabajo analizar las ventajas e inconvenientes de un tipo u otro, pero si consideramos importante que como docentes tengamos claras las diferencias que existen entre ambas y nos informemos bien antes de anticiparnos y no confundir en la práctica entre la "Gamificación" o "ABJ". Se podrán combinar las metodologías entre ellas o con otras que existen, pero siempre teniendo claro los objetivos didácticos que se pretenden alcanzar al proponerlas, y como advierten Muñoz et al. (2019) teniendo en cuenta que el dominio de algunas de las nuevas propuestas metodológicas, conllevan a su vez, un significativo esfuerzo por parte del docente y sin olvidarnos, de que siempre debe ir acompañado de un necesario análisis y reflexión sobre su propia práctica.

#### 2.3. Estadística y Probabilidad en Educación Matemática

"No podemos permitir ahora un retroceso cuando la OCDE está reclamando que mejore la alfabetización matemática en la era de los datos", comenta Alfonso Gordaliza en el periódico EL PAÍS (2020), presidente del Comité Español de Matemáticas, ante la polémica noticia sobre la posibilidad que introduce el Ministerio de Educación en el texto de la nueva ley educativa (Lomloe): se plantea quitar las matemáticas como materia obligatoria para los estudiantes de Bachillerato que se decanten por la rama de Ciencias y Tecnología o por la de Humanidades y Ciencias Sociales.

La opinión ante esta propuesta no es el tema de debate en cuestión de este trabajo, pero si se estima importante considerar la descripción "la era de los datos" que se toma para hablar de la sociedad actual en la que nos encontramos y, por tanto, la relevancia que toma el Bloque de Estadística y Probabilidad en la Educación Secundaria para el desarrollo de una mejora en la alfabetización matemática.

Las herramientas que se estudian en este bloque tienen gran presencia en todas las áreas científicas dónde la toma de datos es esencial, pero también son una herramienta básica para poder comunicarse en ámbitos sociales, tecnológicos, de salud... y no son únicamente útiles a nivel universitario o profesional, sino que en la actualidad estamos siendo bombardeados por una gran cantidad de datos en nuestro día a día, y nos topamos con la necesidad de darles sentido para entender nuestra realidad. Para ello, debemos estructurar toda la información adecuadamente, analizarla e interpretarla.

Estos conocimientos, habilidades y capacidades matemáticas forman parte de la alfabetización matemática necesaria para los ciudadanos de una sociedad como la actual. Para definir el

concepto de alfabetización matemática o también denominada competencia matemática, hay que tener en cuenta la inclusión de las competencias clave (LOMCE) como referentes en la enseñanza secundaria obligatoria Benjumeda, Romero y López-Martín (2015), y la vinculación de la evaluación PISA y los indicadores de calidad (Rico, 2011). OECD/PISA define el término "mathematical literacy", la alfabetización o competencia matemática como "la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (OECD, 2003, p.24).

Vista la relevancia que cobra este bloque en la alfabetización matemática, a lo largo de este punto se hará un repaso por la enseñanza de la estadística y probabilidad en secundaria, las ideas clave de cada tema y los errores más frecuentes. Vamos a considerar la importancia que alcanza que nuestro alumnado tenga la habilidad de interpretar críticamente resultados estadísticos, así como de ser conscientes del valor de la recopilación y análisis de datos para analizar fenómenos en múltiples contextos (Garibotti et al. 2020). Este aumento del protagonismo de la estadística y probabilidad será atendido con propuestas didácticas lúdicas apoyándonos en el marco teórico que hemos ido construyendo en este capítulo. Usar este tipo de estrategias busca dar respuesta a los factores cognitivos y emocionales que intervienen en el proceso enseñanza-aprendizaje de este bloque de contenidos.

## 2.3.1. La enseñanza de la Estadística y Probabilidad

En respuesta a la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados estadística y probabilísticamente, el estudio de este bloque ha cobrado protagonismo (Vásquez, Pincheira, Piñeiro y Díaz-Levicoy, 2019). En España, tiene su presencia a lo largo de todos los niveles educativos y cursos desde los 6 años. Sin embargo, históricamente:

La Estadística y Probabilidad se sitúa el último en la relación de bloques que hay que tratar. Esto suele conllevar que, por la densidad del currículo, sea un bloque que, en ocasiones, no llegue a impartirse por falta de tiempo o se haga de un modo superficial o reducido. (Arce et al. 2019, p. 327).

Este hecho lo corroboran Del-Pino, J. y Estepa, A. (2019) considerando que la planificación docente tiene como referencia fundamental los libros de texto, hecho que ya habíamos tratado en este trabajo (véase 2.1.3.), y en particular han verificado, tras el análisis de los libros de texto de secundaria, que la estadística siempre aparece como tema final del libro junto con la probabilidad, lo que da lugar a que no lleguen a impartirse estos contenidos por falta de tiempo.

"A ello también se une que, a veces, la formación de los profesores en matemáticas sobre este bloque, especialmente en aspectos propios de la estadística, no siempre es completa y adecuada" (Arce et al. 2019, p.327). Son muchos los autores que toman como premisa inicial este aspecto en sus investigaciones (Vásquez y Alsina, 2019). Es una realidad que los profesores en formación y en ejercicio han tenido una escasa o nula de preparación que se nota en su enseñanza (Estrella, 2017), pues se tiende a omitir porque se considera un tema sin apenas importancia para la formación de los estudiantes (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2006), y en el caso de dar estos contenidos, la enseñanza se focaliza principalmente en el uso de fórmulas (Batanero, Ortiz y Serrano, 2007), procedimientos y técnicas, y no en el análisis que está detrás de la información (Chaves, 2016), dejando de lado la experimentación con fenómenos aleatorios y la resolución de problemas (Batanero et al. 2007).

López-Martín, Batanero y Gea (2019) presentan un estudio de evaluación de los conocimientos de un grupo de futuros profesores españoles de Educación Secundaria y Bachillerato, sobre los previsibles errores de sus estudiantes en la inferencia estadística. Entre los resultados resaltamos lo que acabábamos de anticipar: "los futuros profesores dan mayor peso al aprendizaje de los procedimientos de cálculo que a la comprensión profunda de los objetos matemáticos involucrados en los mismos" (p. 689). A esto se añade la falta de conocimientos que presentan sobre el tema que los lleva a describir los errores con poca precisión.

A pesar de detectar estas realidades y de la creciente importancia e investigación sobre la enseñanza de la estadística y probabilidad, es habitual que sigamos encontrándonos estudiantes que tienen su primer contacto con este bloque cuando llegan a la Educación Secundaria, ya que muchas veces, los maestros, se sienten inseguros al abordar dichos temas y por lo tanto, omitiéndolos (Pierce y Chick, 2011). Es interesante conocer estas situaciones y saber cuáles son las ideas previas iniciales de las parten, ya que seguramente sí hallan desarrollado algún conocimiento informal y tengan sus propias opiniones sobre lo que son y su utilidad (Montejo y Amador, 2019).

Tenemos el propósito de dejar a un lado la enseñanza tradicional basada en la memorización y aplicación de procedimientos, fórmulas y técnicas, y basarnos en una enseñanza más integral. Poner el foco de atención en nuestra planificación y evaluación, buscando que los alumnos sean capaces de reconocer la estadística y la probabilidad como herramientas valiosas para comprender y actuar sobre su entorno. Para ello, es fundamental que el docente valore aspectos de carácter emotivo (creencias, intuiciones y actitudes) que puedan afectar al aprendizaje de los conocimientos disciplinares (Chaves, 2016).

### 2.3.2. Estadística: claves, dificultades y errores

Vivir en una sociedad cambiante en la que los ciudadanos deben de gestionar una gran cantidad de información hace que el conocimiento de ideas estadísticas se vuelva esencial hoy en día (Montejo-Gámez y Amador, 2019). En el contexto educativo en el que se devuelve el aprendizaje matemático basado en el desarrollado de competencias, llevan a Batanero, Díaz, Contreras y Roa (2013) a proponer y considerar esencial el desarrollo de un sentido estadístico como la unión de dos aspectos: la *cultura estadística* y el *razonamiento estadístico*.

Entre las aportaciones de varios autores como Gal (2002), Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011) o Engel (2019) llevan a definir la cultura o conocimiento estadístico como las competencias, conocimientos y actitudes mínimas sobre la estadística que son parte esencial de la cultura que ha de poseer un ciudadano para participar en esta sociedad de la información (Arce et al. 2019). La cultura estadística incluye conocer y comprender el significado de los conceptos y términos estadísticos básicos; comprender, interpretar y evaluar críticamente información y razonamientos estadísticos; ser capaz de discutir, de comunicar informaciones estadísticas y generar conocimiento de ellas (Batanero, 2013). Una de las diferencias reseñables que tiene como característica el razonamiento propiamente estadístico respecto al razonamiento matemático, es la influencia que tiene el contexto, no solamente para proporcionar oportunidades de aprendizaje, sino para proporcionar significado (Franklin et al., 2005, citado en Burril y Biehler, 2011). El sentido estadístico es complementado por el sentido estocástico, propuesto por Ruiz-Hidalgo y Serrano (2015 citado en Arce et al. 2019, p.330) como "los conocimientos y razonamientos utilizados en situaciones no deterministas o de incertidumbre con el fin de obtener unas conclusiones válidas y coherentes".

Los autores que investigan en la didáctica de este bloque de contenido consideran fundamental tener en cuenta una serie de ideas y conceptos que están en los diferentes niveles educativos, aunque con diferentes niveles de profundidad. En concreto, para el aprendizaje de la estadística, Burrill y Biehler (2011), destacan siete ideas fundamentales: los datos, la variabilidad aleatoria, la distribución, representación, relaciones entre dos variables, modelos probabilísticos y el muestreo e inferencia.

En Arce et al. (2019) se detalla cada una de estas ideas clave, pero en concreto vamos a hablar de los datos y la inferencia, ya que lo tomaremos como el inicio y el final de todo estudio estadístico.

"Los datos pueden considerarse como el corazón del trabajo estadístico" (Estrella, 2017, p.182). Los alumnos deben comprender que los datos son una serie de números que están en un contexto concreto. Una buena recolección/producción de los datos, organización, representación y análisis, nos llevará a una serie de conclusiones que nos harán conocer las características de la muestra/población de estudio de la que hemos partido (fin principal de la estadística). Las decisiones que se vayan tomando a lo largo de todo el proceso nos permitirá obtener inferencias con un mayor o menor grado de certeza.

Una vez consideradas las ideas fundamentales sobre las que trabajar, debemos conocer los errores más frecuentes que suelen aparecer en estadística. A continuación, destacamos algunos de los más habituales recogidos en Arce et al. (2019), pero como bien indican (Batanero, Godino, Vallecillos, Green y Holmes, 1994), la comprensión de estos conceptos va más allá de ser capaz de calcularlos:

- Utilizar los datos de frecuencias absolutas para obtener la media, la mediana o la moda, en lugar de los valores del estudio.
- Considerar que la media ha de ser un valor del conjunto, no tener en cuenta los valores nulos al calcular la media o aplicar la asociatividad para calcular la media a partir de varios grupos.
- Situar la media en el valor central del rango, confundir media y mediana.
- Identificar la mediana con el valor central de la tabla de frecuencias sin haberlos ordenado previamente o sin tener en cuenta las frecuencias de cada valor.
- No encontrar el sentido a las medidas de dispersión (rango, varianza, desviación típica) considerando que no aportan información útil para comparar conjunto de datos.
- Interpretar mayor varianza como mayor variación entre los datos, y no respecto a la media.

La representación de los datos en tablas y gráficas es un instrumento muy potente para presentar la información, y su construcción e interpretación generan dificultades y errores en el alumnado (Gea, Arteaga y Cañadas, 2017; Batanero et. al. 1994, Arteaga et al. 2011). En este trabajo trataremos en concreto la comprensión gráfica que, según Friel, Curcio y Bright (2001) es distinguida en cuatro niveles progresivos según la capacidad de una persona para dotar de significado a un gráfico. En menor rango encontramos la lectura de datos, en la que no se realiza ninguna interpretación, sólo se extrae la información objetiva que aporta el gráfico. En segundo lugar, pasamos a leer entre los datos, fase en la que se es capaz de integrar, interpretar y encontrar relaciones (a través de comparaciones o cálculos). El siguiente nivel sería realizar una lectura más allá de los datos en la que se realizan predicciones e inferencias relacionando los

datos, observando el comportamiento, etc. Por último, en cuarto nivel, y mayor, según esta clasificación, se encuentra ser capaz de *leer detrás de los datos* integrando la información que aporta el contexto en el que se encuentra y valorando críticamente el impacto, las conclusiones, sus limitaciones o extensiones.

Para conducir a que los alumnos mejoren su proceso alfabetización en estas áreas, deberemos enfatizar en nuestras prácticas que vaya más allá de la simple aplicación de memorización, procedimientos y técnicas (Chaves, 2016), planteando actividades que no solo se requiera de los niveles más bajos de comprensión gráfica y desarrollando el sentido estadístico y estocástico según hemos visto.

Conocidas las ideas claves y errores más frecuentes en estadística, vamos a conocer concretamente qué se trabaja en la etapa de Secundaria. Como bien se resumen en (Arce et al. 2019), en el currículo de la ESO los contenidos propios de estadística y el tratamiento de datos son los necesarios para abordar las diferentes etapas de un estudio estadístico: población y muestra (recolección y organización de datos), variables discretas y continuas, agrupación de datos y frecuencias, medidas de posición y dispersión, tablas y gráficos, análisis e interpretación de datos. Los contenidos se irán introduciendo a lo largo de la etapa en mayor profundidad, pero son comunes, y aunque se considere aparentemente un tema sencillo, existen creencias erróneas que se deberán tomar como punto de partida, al igual que los conocimientos previos, para que el alumnado sepa identificarlas y mantengan una actitud positiva ante posibles modificaciones.

## 2.3.3. Probabilidad: claves, dificultades y errores

La Probabilidad es una disciplina que proporciona un aprendizaje diferente al pensamiento que se desarrolla en otras áreas de las matemáticas (Fischbein y Snarch, 1997). Su reconocimiento no tuvo lugar hasta el siglo XVIII dado que surgió la preocupación por resolver problemas asociados a situaciones de azar e incertidumbre (Batanero, 2005). La definición del concepto de probabilidad se ha ido construyendo con el tiempo, dando lugar a considerar la existencia de cinco significados según Batanero, (2005) resumidos en Arce et. al (2019):

 Intuitivo: Es más propio en los estudiantes antes de comenzar la Secundaria o en el inicio de la enseñanza del concepto. Los elementos característicos son el uso de un lenguaje ordinario, de expresiones cualitativas que se basan en el grado de opinión o creencia de que algo ocurra. Está más relacionado con conceptos como suerte o destino.

- Clásico o Laplaciano: La que conocemos como Regla de Laplace de un suceso "cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles, siempre que todos sean equiprobables". Los conceptos en los que se basan son equitatividad e independencia. Esta definición de aleatoriedad fue considerada históricamente suficiente en un primer momento, ya que el cálculo de probabilidades se limitaba a los juegos de azar (dados, monedas, cartas, etc.) Sin embargo, surgieron dudas y críticas al respecto porque ¿qué ocurre con aquellos sucesos que no son equiprobables? Dando lugar a otros significados.
- Frecuencial: Este significado está más ligado a situaciones del mundo físico o natural en el que no se puede utilizar el concepto de equiprobabilidad. Es muy útil cuando tenemos datos estadísticos, puesto que está asociado a la frecuencia relativa de un suceso que se ha repetido (bajo las mismas condiciones) un número elevado de veces (ley de los grandes números). De este modo, podemos proponer un valor a priori para considerar la probabilidad del suceso con carácter objetivo basado en la evidencia empírica.
- *Subjetivo*: Este tipo de concepción tiene un carácter subjetivo, como bien indica su nombre, que también se basa en el grado de creencia personal, pero cada persona asigna a un suceso la probabilidad que considera a partir de su conocimiento y experiencias. Por lo tanto, se puede dar que dada una probabilidad "a priori", se puede modificar tras realizar un experimento y tener mayor conocimiento sobre éste.
- Axiomático: Esta definición permite modelizar y cuantificar la incertidumbre de resultados en experimentos aleatorios. Parte de un espacio muestral que ha de cumplir 3 axiomas: no negatividad, valor de 1 asignado al suceso seguro y aditividad de sucesos mutuamente excluyentes.

Siguiendo la misma estructura que el punto dedicado a la Estadística, vamos a dar a conocer algunas ideas fundamentales. En concreto, para el aprendizaje de la probabilidad y de aspectos estocásticos, Heitele (1975) propone un total de diez ideas fundamentales, que también son comentadas por Batanero (2001). Se recogen en Arce et al. (2019): (1) Probabilidad como normalización de nuestras creencias; (2) Espacio muestral como conjunto de todas las posibilidades; (3) Regla de adición de probabilidades; (4) Independencia y regla del producto; (5) Equidistribución y simetría: asignar la misma probabilidad a todos los sucesos simples suele asociarse e identificarse con la simetría física (como en un dado con forma de poliedro regular); (6) Combinatoria; (7) Simulación; (8) Variable aleatoria; (9) Leyes de los grandes números;

(10) Muestreo: esta idea nos lleva a la inferencia, y establece un puente entre la estadística y la probabilidad.

Por otro lado, es frecuente encontrar que durante la enseñanza-aprendizaje del alumnado, reaparezcan o perpetúen errores derivados de razonamientos intuitivos sin un fundamento basado en la aleatoriedad. Batanero (2005) considera que usar la heurística como estrategia puede ayudar a obtener una solución a un problema y que puede reducir la incertidumbre en situaciones complejas, pero en muchas ocasiones puede producir sesgos en las conclusiones que tenga implicaciones sobre las decisiones que se tomen (Serrano, Batanero, Ortiz y Cañizares, 2001; Begué, Batanero y Gea, 2018). Díaz, Contreras, Batanero y Roa (2012) exponen una serie de falacias a las que debemos de prestar atención: de la tasa base, de la conjunción, de la condición traspuesta o la falacia del eje del tiempo; o ciertas consideraciones al identificar sucesos independientes o la probabilidad condicionada.

Muchos trabajos que intentan abordar estas dificultades lo hacen a través del *valor de las paradojas en la enseñanza de las matemáticas* (Batanero, Contreras, Cañadas y Gea, 2012). Rastrollo y Cardeñoso (2019) consideran que trabajar con este tipo de paradojas pueden servir de motivación al alumno por los resultados sorprendentes que se pueden dar e invitan a reflexionar.

En cuanto a los contenidos que se trabaja en la etapa de Secundaria, como bien se resumen en (Arce et al., 2019), encontramos la distinción de fenómenos deterministas y aleatorios, el espacio muestral, el cálculo de probabilidad en espacios equiprobables (regla de Laplace) y la aproximación a la probabilidad a través de la experimentación, en los primeros cursos de la ESO. A lo largo de la etapa, más concretamente en los últimos cursos de la ESO se introduce la combinatoria, los sucesos compuestos y el concepto de independencia.

Si recordamos los contenidos propios de Estadística, se podía ver como se ponía énfasis en distinguir entre población y muestra valorando la representatividad. Sería interesante que a las habituales actividades del cálculo de frecuencia relativa de un suceso se complementasen con la idea de variabilidad, y se hiciese una extracción de un gran número de muestras del mismo tamaño para analizar la variabilidad (Begué et al. 2018). La relación que existe entre la probabilidad y la estadística hay que tenerla en cuenta ya que la estadística potencia y da sentido a los resultados obtenidos en probabilidad (Arce et al., 2019).

Por último, debemos de tener en cuenta que para abordar las concepciones erróneas que tienen los alumnos debemos de plantearles actividades que traten estas dificultades que persisten en la enseñanza considerando el error como fuente de información y parte del proceso, y del motor de cambio en la construcción del conocimiento del alumno (Agnelli y Peparelli, 2011).

### 2.3.4. Estrategias para la enseñanza del bloque

En busca de dar alternativas en la enseñanza de la Estadística y Probabilidad, proponemos una serie de estrategias que puedan sustituir la tradicional enseñanza basada en memoria y aplicación de fórmulas y técnicas, por el uso de metodologías, estrategias e instrumentos de evaluación "que simulen contextos reales, movilizando sus conocimientos, destrezas, valores y actitudes" (MECD, 2015, p. 6990). Las tareas matemáticas tienen que ser desafiantes para los estudiantes, desarrollando su pensamiento y razonamiento de alto nivel (Boaler y Staples, 2008 citado en Vásquez, Pincheira y Díaz-Levicoy, 2019) y poniendo el foco sobre el proceso de toma de decisiones.

En las actividades que propongamos el profesor debe considerar el libro de texto como un material complementario durante el proceso de enseñanza y aprendizaje (Chaves, 2016). Se pueden incorporar paradojas Batanero et al. (2012), chistes, problemas, curiosidades, juegos y experimentos (Cabrera y Pons, 2011). El uso de gráficos manipulados o tendenciosos que lamentablemente, por unos motivos u otros, podemos encontrar con frecuencia en prensa, televisión, publicidad, instituciones, etc. son un gran recurso para tratar de fomentar un uso y lectura crítica de los gráficos y de la información. El uso de calculadoras gráficas, hojas de cálculo, *softwares* como Geogebra u otros más específicos (SPSS, PSPP, R, StatGraphics, etc.) pueden ser herramientas muy útiles cuando se trabaja con un gran número de datos (Arce et al. 2019). En Batanero y Díaz (2011) se encuentran un gran número de ejemplos para trabajar estadística en el aula con una metodología de Aprendizaje Basada en Proyectos.

Es habitual encontrar muchas propuestas en la etapa educativa de Primaria que pueden ser un buen punto de partida para aquellos docentes que estén interesados en incluir este tipo de actividades en sus clases de estadística y probabilidad en las aulas de Secundaria, ya que, como hemos tratado, para muchos alumnos será la primera vez que tengan contacto con este bloque. De este modo, se podrá conseguir aumentar el interés de los alumnos hacia la materia, además de ayudarles a construir sus creencias sobre estos temas a través de las buenas experiencias, emociones y actitudes positivas vivenciadas en clase de matemáticas.

Centrándonos en la metodología que se aborda en este trabajo, se propone el uso de materiales concretos como bolitas, fichas de colores, monedas dados y juegos de azar para reforzar los

conceptos (Vásquez y Alsina, 2014) o el uso de material manipulativo. Nilsson (2007) analiza en su estudio las estrategias que utilizan los alumnos al revolver un juego de dados abriendo la puerta a su propio aprendizaje al explorar las mejores opciones para ganar el juego. Ellos mismos construyen su significado y reorganizan sus interpretaciones sobre el contenido matemático apoyados en la contextualización de la situación real.

Otra propuesta lúdica a mencionar es la que ofrecen Latorre y Gómez (2019) quienes utilizan, por un lado, el juego, favoreciendo al estudiante involucrarse directamente y que experimente situaciones reales en las que interviene el azar, y, por otro, una paradoja sencilla, la cual resulta ser motivante y retadora. Los resultados del juego son muy positivos, pero al igual que se lleva incidiendo sobre ello a lo largo de este trabajo, también se destaca entre las conclusiones el rol del docente como guía del proceso para que los objetivos de aprendizaje al proponer la actividad se cumplan.

Son muchas las propuestas que podemos encontrar y todas ellas coinciden en que es importante que no se trate sólo de realizar un juego atractivo y motivador, sino que también debemos asegurarnos de que el resultado del juego sea aprendizaje (Denham, 2016). Nuestro objetivo general de mejorar la alfabetización matemática en esta era de los datos, en particular de la Estadística y Probabilidad, estará presente en nuestras programaciones y, en consecuencia, en nuestra evaluación, tanto los errores y dificultades frecuentes que suele tener los alumnos, como aquellos procesos matemáticos que se ponen en juego durante las sesiones didácticas.

En este trabajo, vamos a tomar una evaluación de nuestros contenidos matemáticos en términos de competencias. Esas competencias matemáticas que el alumno adquiere expresan su modo de actuar cuando hace matemáticas, qué es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas. Las competencias o procesos generales que tomaremos son los mismos que se eligen por el proyecto PISA (OECD, 2004, p. 40): "pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones y usar herramientas y recursos". Además, todas las nuevas experiencias que incorporemos en el aula, debemos de organizarlas considerando diferentes formas de representación:

 Verbal: presentando problemas a través del lenguaje oral, buscando que el alumno sepa expresar y argumentar sus ideas, a través de la lectura de un gráfico atendiendo a los diferentes niveles de comprensión y utilizando tanto un lenguaje formal y cuantitativo, como expresiones cualitativas que relacionen el lenguaje natural con los contenidos propios de estadística y probabilidad ("Es mucho más probable que", "Es probable que...").

- Simbólica: saber hacer uso de fórmulas, expresar y reconocer en términos simbólicos.
- *Gráfica*: las gráficas, los árboles de decisión u otros sistemas de representación gráfica es de los tipos de representación más habituales en su día a día, siendo fundamental presentarla en nuestras clases también para que sean capaces leer e interpretar. Deben ser capaces de leer e interpretar de modo crítico tablas y gráficas, pero también de construir tablas y gráficos adecuados, con lápiz y papel o con algún software apropiado (Arteaga et al. 2011)
- *Manipulativa*: siendo los propios alumnos los que construyen su aprendizaje a través de todo tipo de materiales, objetos o juegos que le puedan ser de interés y les ayuden a materializar las ideas más abstractas y a reflexionar sobre los contenidos.

Así se consigue atender a la diversidad, acercar de diversas formas los contenidos a los alumnos, abarcar los diferentes significados de un concepto y con ello, desarrollar el conocimiento en diferentes niveles de demanda cognitiva en las tareas que propongamos. Stein, Grover y Henningsen (1996) plantea que la demanda cognitiva de una tarea puede variar según sus características propias y según cómo éstas sean presentadas o ejecutadas. En el proyecto PISA/OCDE consideran tres niveles de complejidad útiles para evaluar las competencias matemáticas (Rico, 2007): reproducción y procedimientos rutinarios; conexiones e integración para resolver problemas estándar; razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

En Vásques, Pincheira, Pineiro y Díaz-Levicoy (2019) se atiende a otra clasificación, muy relacionada con la anterior, pero que caracteriza a las tareas matemáticas en cuatro niveles de exigencia o demanda cognitiva de acuerdo con el tipo de pensamiento que se requiere al solucionarlas (Smith y Stein, 1998) que es la que tendremos en este trabajo presente:

- 1. *Memorización*: por ejemplo, recordar fórmulas de cálculos de parámetros o definiciones concretas.
- 2. *Procedimientos sin conexión*: aplicar la fórmula para calcular los parámetros teniendo todos los datos para ello.
- 3. *Procedimientos con conexión*: relacionar los conocimientos aprendidos en un contexto, saber interpretar un gráfico o tomar decisiones.

4. *Construir matemáticas*: por ejemplo, crear un conjunto de datos dada una media, mediana o moda concreta.

Hasta aquí, hemos considerado un repaso de aquellos elementos a tener en cuenta en la planificación de nuestras sesiones. La metodología activa con la que se va a trabajar busca que el alumno aprenda por intervención con el medio, sin intervención del docente cuyo propósito es poner en juego los conocimientos antiguos y generar en los estudiantes la necesidad de aprender algo nuevo (Brousseau, 2007). No obstante, el profesor que ha planificado estas situaciones (definidas como a-didácticas para Brousseau, 2007) debe identificar los momentos en los que se encuentra gradualmente el alumno y facilitarle el apoyo que requiera, animar al estudiante a enfrentarse al problema y darle herramientas para que gestione y reconozca las acciones que puede realizar sobre el medio y decida si pudo lograrlo. Por último, se llevará a cabo una *situación de institucionalización* en la que el profesor explicita y concreta las relaciones entre el conocimiento construido por el estudiante y el saber que desea enseñar.

Ser conocedores de este tipo de teorías y de los momentos que se pueden ir propiciando a lo largo de nuestras sesiones, nos ayudarán a dar sentido a la fase de ejecución y acompañar adecuadamente a nuestro alumnado. Un buen conocimiento de los contenidos que estamos presentando, una buena planificación, teniendo claro nuestros objetivos, paciencia y ganas de seguir mejorando, facilitará posteriormente los actos de devolución y el acompañamiento emocional que se requiere para un buen desarrollo de la actividad.

# 3. Diseño de la propuesta

El marco teórico configurado en el capítulo anterior es fundamental para conocer el estado de la cuestión sobre las tres ideas principales que van a modelar una buena planificación del diseño de nuestras propuestas.

La metodología lúdica, en concreto, el uso de materiales y juegos didácticos darán forma al proceso de enseñanza-aprendizaje para alcanzar los objetivos que nos propongamos. La selección de los juegos se ha realizado atendiendo tanto a los posibles intereses de los alumnos como la facilidad para que los docentes tengan acceso a encontrar y construir los recursos. La búsqueda de solución por uno mismo para ganar un juego supone un reto al alumno potenciando su interés, motivación y el desarrollo de actitudes y emociones positivas durante la experiencia. El acompañamiento que se realice durante este proceso el docente marcará las intenciones de la propuesta. Se tratará de evitar quedarse "en un simple juego", ya que estarán muy bien definidos los objetivos de aprendizaje y los contenidos a trabajar. En particular, las sesiones intentarán dar sentido al bloque de Estadística y Probabilidad, ya que como se ha visto, su relevancia actual está presente en nuestra sociedad, y la necesidad de dedicarle tiempo y trabajarlo en las aulas de secundaria es evidente.

Para concretar la acción en un curso, nos basaremos en las conclusiones de algunas de las investigaciones que hemos planteado en la introducción y en el capítulo anterior. El estudio de este bloque debe ser tratado desde los cursos más bajos de la primaria, pero como se ha podido comprobar, por diferentes motivos (formación del profesorado, último en relación a los bloques, etc.) hay alumnos que llegan a secundaria sin prácticamente conocimientos sobre estos temas. Además, el uso de juegos es más frecuente considerarlo en cursos bajos y podemos plantearnos si esta experiencia puede ser generalizada a otras etapas educativas adecuando los contenidos del curso correspondiente (Muñiz-Rodríguez et al., 2014). Teniendo en cuenta que "las actitudes negativas aumentan durante los primeros cursos de Educación Secundaria, alcanzando su cumbre en tercero y cuarto y se estabiliza durante los cursos de Bachillerato" (Torre y Mato, 2009 citado en Mato et al. 2014, p. 60), vamos a intentar abordar esta situación en 3° ESO. Estas actitudes y emociones estarán regidas por las creencias que puedan traer los alumnos sobre la materia, por lo que será importante adaptar las estrategias para ser conocedores de estas ideas que configuran su sistema de creencias y también, para saber los conocimientos previos de los que parten.

Con toda esta situación de partida, vamos a escoger como finalidad de nuestras propuestas la introducción de cada uno de los temas del bloque, una para estadística y otra para probabilidad. La planificación tendrá en cuenta las dificultades y errores de cada uno de los contenidos del bloque, el nivel de demanda cognitiva y el grado de riqueza competencial de las actividades.

Debemos de dar respuestas a las preguntas que nos van surgiendo ante la construcción de la actividad. Se considera interesante trabajar bajo el siguiente guion de preguntas que ofrece con indicadores competenciales CREAMAT (2009) citado en Alsina (2016) para el planteamiento de las actividades, así como de las cuestiones que se recomiendan para reflexionar sobre la gestión de las actividades en el aula.

Por último, tras la selección de los juegos pensando en dar respuesta a estas preguntas, se ha visto acertado que toda la información sobre la planificación de la sesión quede recogida en una ficha (véase Anexo B). Sobre ella se prestará atención a los objetivos y contenidos de cada tema, pero también se atenderá a todas las componentes que se van a ver involucradas en el aprendizaje, incluidos los afectos positivos que pueda surgir con intención de disfrutar de la experiencia lúdica y maximizar el potencial del juego escogido.

## 3.1. Propuesta 1: Introducción a la Estadística

El juego que seleccionemos debe ser de interés para nuestro alumnado, pero a la vez considerar si es de utilidad para la finalidad que se busque. En concreto, debemos de conocer los contenidos y objetivos que se quieren alcanzar, y aquellos que queremos repasar (véase el Anexo A.1.). En este caso, la finalidad de la estadística en estos cursos se basa en saber distinguir las fases de un estudio y realizar correctamente las tareas que dan lugar a organizar información, representación y cálculo de parámetros. Todos estos contenidos son propios del curso anterior, pero en concreto, además de repasarlos, vamos a poner el foco en aquellos que se quieren alcanzar en tercero. Por ello, se va a buscar que reconozcan las fases de un estudio estadístico y el sentido de trabajar la información bajo un contexto. Además, el cálculo de los parámetros no se va a centrar en aplicar una fórmula, sino irá más allá, en concreto, en valorar si comprenden su definición e interpretación apoyados en la visualización gráfica.

Para comenzar, vamos a partir de los datos, el corazón del estudio, siendo ellos mismos los que los van a generar. A través de los resultados que obtengan en el juego, los datos van a dar sentido a un estudio concreto. Esto los llevará a replantearse las ideas que definen los conceptos de población, muestra y representatividad. Siguiendo con el estudio, entre todos vamos a

generar un gráfico de barras y trabajar las medidas de centralización que aparentemente son más fáciles de visualizar, generando la necesidad de conocer cómo se pueden interpretar las medidas de dispersión y la utilidad de éstas. Estos contenidos que no lleguen a verse directamente sobre la actividad planteada, además de las posibles limitaciones que surjan al no trabajar sobre un conjunto determinista, serán un punto muy importante en el proceso de construcción de los contenidos por parte del alumnado, ya que abrirá la puerta a nuevos intereses y retos a los que se podrá dar respuesta a través de nuevas propuestas.

En cuanto al juego que se ha escogido, podemos comprobar que está inspirado en un conocido juego de mesa entre los jóvenes: "Sushi Go". Además, se ha cambiado el contexto y se ha ambientado en el colegio de Hogwarts (Harry Potter). De este modo, se busca facilitar la comprensión de las normas y en concreto, de las puntuaciones que se establecerán entre las cartas. Este contexto puede generar que los alumnos se plantean preguntas muy dispares y abiertas, ya que la curiosidad y la imaginación son elementos fundamentales de este proceso dando pie a que se involucren más en la actividad, y a apoyarse en la estadística para dar las respuestas: ¿Es cuestión de magia que salgan unos resultados u otros? ¿O de las estrategias que surjan al plantearse querer ganar el juego? ¿Si coindicen con los de otra mesa se trata de magia? ¿Se puede analizar este asunto?

Otras ideas que pueden surgir: Ellos tienen en sus manos la creación de estos datos. ¿Alguno ha hecho trampas? ¿Esto puede ocurrir en la realidad? ¿Existen gráficos manipulados o tendenciosos? La presentación de un juego en el que ellos han sido partícipes de crear esos datos será mucho más fácil de extrapolarlo a la realidad. De este modo, se busca que lo relacionen con contextos realistas en los que ellos mismos son sujetos de una sociedad inmersa en la era de los datos y de la información. Cuando esta idea la interioricen, se preocuparán por analizar más críticamente la lectura de los datos, realizar un análisis más profundo y desarrollando las competencias necesarias para lograr un sentido estadístico.

A continuación, se muestra la ficha de actividad realizada para esta actividad, que irá acompañada de su evaluación competencial y afectiva recogidas en los <u>Anexo D.3.</u> y <u>Anexo D.4.</u>, respectivamente.

Nombre actividad: Estudios de Hogwarts	Unidad: Estadística
Tipo de juego: Introducción del tema	Curso: 3° ESO (ambos)
Nival damanda comitiva: Procedimientos con conevion	Duración total: 2h
	(2 clases de 55 min)

#### **Contenidos**

- Fases y tareas de un estudio estadístico
- Población y muestra
- Variables estadísticas: cualitativas, cuantitativas discretas y continuas
- Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Tabla de frecuencias.
- Gráfico estadístico: diagrama de barras
- Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades

#### Estándares de aprendizaje evaluables

- Distinguir entre población y muestra justificando las diferencias y valorando la representatividad
- Elaborar tablas de frecuencias, relacionar los distintos tipos de frecuencias y obtener información de la tabla elaborada o a través de un gráfico estadístico
- Calcular e interpretar las medidas de posición (media, moda, mediana) atendiendo a su definición
- Reconocer las fases y las tareas que se requieren en un estudio estadístico

#### Descripción y reglas del juego

**Componentes del juego:** Por cada grupo de alumnos se reparte una baraja de cartas que se ha preparado especialmente para este juego (las plantillas de las cartas se encuentran en el  $\frac{A_{nexo} F}{F}$ ).

**Preparación del juego:** Se baraja bien todas las cartas y se reparte un número concreto a cada persona dependiendo del número de jugadores: en una partida de 2 jugadores, 10 cartas por persona; en una partida de 3 jugadores, 9 cartas por persona; en una partida de 4 jugadores, 8 cartas por persona; en una partida de 5 jugadores, 7 cartas por persona. Se mantienen las cartas en la mano, en secreto, sin que las vean el resto de los jugadores.

El resto de las cartas que sobren se colocan el resto en un montón boca abajo en el centro del área de juego. No se pueden ver, ni tampoco se usarán en esta ronda. En un papel se deberán ir anotando las puntuaciones finales de cada ronda.

**Cómo se juega:** El juego se desarrolla a lo largo de 3 rondas. Para comenzar una ronda, todos los jugadores eligen simultáneamente cualquier carta de sus manos que quieran conservar y la colocan boca abajo delante de ellos. Cuando cada jugador tenga una, cada uno revela su carta elegida. Las cartas se quedarán boca arriba durante toda la ronda.

Después de revelar las cartas, se pasan el resto de las cartas que tiene cada jugador en mano, boca abajo, al jugador de la izquierda. Todo el mundo coge sus nuevas cartas y de nuevo, escoge una, la colocan delante boca abajo, cuando todos han escogido carta, se le da la vuelta a la elegida y pasan el resto de las cartas restantes al compañero de la izquierda. Así hasta que se acabe con todas las cartas que se tienen en mano. Cada jugador tendrá entonces 7 cartas que ha ido escogiendo delante de ellos. En este momento, se debe anotar la puntuación que tiene cada jugador. Se recogen todas las cartas, se junta con aquellas que habían sobrado al hacer el reparto y se vuelve a barajar. Así hasta tres rondas. Al final, se sumarán las tres puntuaciones que ha obtenido cada jugador y ganará la persona que más puntos obtenga.

#### **Puntuaciones:**

```
Ron: 2cartas = 5puntos; Hermione: 3cartas = 10puntos; Harry Potter: 1carta = 1punto; 2cartas = 5puntos; 3cartas = 10puntos
Dobby: 1carta = 1punto; Hogwarts Express: 1carta = 2puntos; Hedwig: 1carta = 3puntos
Hagrid: 1carta = 3puntos (3puntos); McGonagall: 1carta = 2puntos (6puntos); Snape: 1 carta = 1 punto (3puntos)
Si se combina con una carta de Dumbledore: 1carta = x3
Quien se quede con la carta de Lord Voldemort: -5puntos. La menor puntuación que se puede obtener es 0.
```

Desarrollo de la actividad	Temporalización, materiales y observaciones
Los contenidos a trabajar con este juego de introducción se organizarán siguiendo las siguientes fases:	5 fases

a) Introducción. Impacto. Observación.	10 min (sesión 1)
Para comenzar el desarrollo de la sesión, vamos a iniciar un debate breve planteándoles ideas sobre el concepto de estadística, de manera que comiencen a interesarse por la actividad que se va a llevar acabo y que nos permita conocer los conocimientos de los que parten a través de sus intervenciones.	No es necesario ningún material.
Estas ideas se plantean de una forma general, sin incidir todavía en los conceptos formales de la estadística y, con ellas, no perseguimos una respuesta concreta, sino que abran un debate entre los compañeros donde también puedan surgir nuevas preguntas.	Mucha atención a las respuestas de los alumnos, anotar las preguntas nuevas que se planteen y
Empezaremos preguntando qué creen que es la estadística y para qué piensan que sirve. Podemos preguntar si se les ocurre algún ejemplo cotidiano donde empleemos la estadística, de algún estudio reciente y qué podría ser interesante estudiar a través de la estadística.	no definir de momento formalmente conceptos estadísticos, que debatan entre ellos.
Para dar pie al juego que se propone al grupo, podemos proponerles las siguientes preguntas:	Generar interés por la estadística y por dar
<ul> <li>- ¿Qué es lo primero que necesitamos para realizar un estudio estadístico?</li> <li>- ¿Qué conclusiones podemos obtener al realizar un estudio de los resultados de un juego?</li> </ul>	respuesta a las preguntas finales.
b) Comienza el juego. Toqueteo.	15 min (sesión 1)
En esta fase comenzaremos a jugar a los <i>Estudios de Hogwarts</i> .  Se les explicará el funcionamiento del juego y se dejará que jueguen una partida	Una baraja de juego por grupo
completa para aprender bien. Deberán ir apuntando los resultados que obtengan e irán diseñando sus propias estrategias que considerarán óptimas para ganar la partida.	Hacer grupos de 5 jugadores aproximadamente
Debemos presentar bien el juego, dar a conocer las normas y el desarrollo, asegurándonos de que todos los alumnos comprenden el funcionamiento para que simplemente disfruten jugando y pensando en las preguntas planteadas al inicio de la actividad.	Observar mientras juegan y resolver dudas del funcionamiento del juego
c) Juego con preguntas. Desarrollo.	30 min (sesión 1)
Tras haber jugado una partida completa y conocer la dinámica del juego, pedimos a los alumnos que comiencen una nueva partida, pero, en este caso, completarán una ficha cuando acaben de jugar. Se les recomendará que la lean primero para que se	Pizarra Opcional: pos-its Una ficha de preguntas por grupo
puedan apoyar en la partida para dar las respuestas. El objetivo de esta última partida es que hagan algunas reflexiones y encuentren respuestas a las preguntas que les planteamos por medio del propio juego, para después relacionarlo con el contenido del currículo.	Aquí es muy importante tener mucho cuidado con las respuestas que se dan a los alumnos. Hay que animarlos a que debatan entre ellos y
Se pedirá que un miembro de cada grupo se acerque a la pizarra para ir anotando los resultados de toda su mesa de juego. Entre toda la clase se va a realizar un "gráfico	anoten todas sus conclusiones.
de barras" (aunque no le daremos de momento ese nombre). Se puede hacer uso de cruces en la pizarra, pos-its o cualquier material del que se disponga que sea muy visual para los alumnos desde su sitio.	Pasarse por los grupos, responder a sus preguntas a través de preguntas para que ellos mismos se respondan y
La ficha de cuestiones se encuentra en el <u>Anexo C.1.</u> Se recogen las fichas para leer las conclusiones que han sacado y considerar con criterio los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre la estadística.	anotar las observaciones que se encuentren de valor (errores, actitudes, comportamientos)
• •	Atención al acompañamiento
d) Puesta en común. Reflexión.	20 min (sesión 2)

Al día siguiente, se les devolverá la ficha por grupos y se procederá a la puesta en común. Consistirá en comentar con los alumnos las respuestas que han dado a las distintas preguntas, siempre con la posibilidad de que planteen otras nuevas que hayan podido surgirles. Esta fase se realiza de manera participativa, son los alumnos los que por orden y con respeto a las opiniones del resto de compañeros van a exponer sus respuestas y responderse unos a otros (siempre guiados por el docente). Además, se aprovechará para ir explicando contenidos ya que, como hemos comentado anteriormente, las preguntas están pensadas para eso. Es importante notar que va a depender de cómo se desarrolle la puesta en común, qué conceptos se introducirán ya formalmente y cuáles únicamente se comentarán dejando espacio para ampliarlos en la siguiente fase.

nos Ficha te).

Fichas de los alumnos

Pizarra

Moderar los turnos de palabra si fuese necesario. Escuchar las respuestas y que se den respuestas entre ellos. En caso de ser necesario, intervenir e introducir conceptos.

En el <u>Anexo C.3.</u> se encuentran las preguntas diseñadas anteriormente con la explicación de cómo se plantea introducir los conceptos (siempre después de escuchar las respuestas de los alumnos, que darán mucha información) y, los contenidos curriculares que tratan de abarcar y las limitaciones que se encuentran.

#### e) Fase de institucionalización.

La siguiente fase de la actividad consiste en ponerle nombre a todos los conceptos y explicaciones. Como vemos, esta parte está muy entrelazada con la anterior, pero nos parece importante diferenciarlas.

En esta fase, tiene mucha más presencia el docente y nos centraremos en dar una explicación más formal de aquellos conceptos que no se hayan definido ya, repasaremos los que se explicaron y, aunque seguiremos ayudándonos del juego para explicar muchos contenidos, es importante ampliar con otros ejemplos para enriquecer la explicación.

Pizarra

30 min (sesión 2)

Cuadernos de los alumnos

Autoevaluación

Se pedirá a los alumnos que ahora conociendo con mayor profundidad los contenidos, sus representaciones y definiciones, vamos a ir anotándolo en el cuaderno para poder repasarlo para futuros estudios.

#### Cierre de la actividad

El análisis de este juego puede ser de interés por la ambientación en la que se ha desenvuelto, pero presenta una serie de limitaciones al hacer un estudio estadístico. Es por ello, que se abre la puerta a nuevos estudios en los que ya sabremos considerar las diferentes fases y tareas que se deben realizar. Además, podremos introducir otras formas de representación, otros parámetros de centralización y la relación que tienen con los parámetros de dispersión al analizarlos conjuntamente y así comparar la representatividad.

#### Evaluación (5 min)

Entre la sesión 1 y 2, se deberá revisar las respuestas de las fichas con ayuda de la rúbrica competencial que se encuentra en Anexo D.3.

En la sesión 2 se realizará una autoevaluación (<u>Anexo D.4.</u>) considerando importante conocer la evaluación del funcionamiento de trabajo en pequeño grupo y su opinión sobre el uso de esta herramienta y recurso (juego) elegido. De esta manera, valoraremos si han desarrollado actitudes de curiosidad e indagación adaptándose a los contenidos trabajados y al grupo establecido. También podremos comprobar si existen bloqueos e inseguridades al enfrentarse a este tipo de actividades y/o a los contenidos.

## 3.2. Propuesta 2: Introducción a la Probabilidad

Para esta propuesta se presentan dos juegos para introducir el tema de Probabilidad. En este caso, el único material necesario es una baraja de cartas (española o francesa) del mismo tipo para cada grupo.

Antes de presentar el juego, es importante tener claro los contenidos que se quieren repasar o introducir. Los contenidos propios de tercero son muy similares a los que se han visto en segundo. En concreto, nos quedaremos con tratar la idea de azar en experiencias aleatorias, las definiciones de espacio muestral y sucesos, además de presentar y saber distinguir entre los diferentes tipos de sucesos. También se trabajará el cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y la toma de decisiones en base a las probabilidades calculadas. Tener en cuenta que esta actividad está diseñada para tercero de académicas, ya que en el curso de aplicadas no se da el tema de probabilidad. Vista la situación, se propone utilizar esta actividad en cuarto de aplicadas ya que los contenidos son prácticamente los mismos (véase Anexo A.2.).

Nosotros tenemos toda esta información de antemano, pero en este caso, el primero de los juegos se realizará sin previas explicaciones teóricas. La idea es que ellos utilicen un lenguaje natural, intuitivo, para poder jugar (y ganar) en el juego. En base a sus intuiciones, se darán cuenta de qué estrategias les es más útiles y cuáles menos. Para ello, es importante que tengan claro cuáles son las posibilidades que forman el espacio muestral, los posibles sucesos que se pueden encontrar en el juego y sepan comunicar a sus compañeros sus ideas.

Después de este primer contacto con la probabilidad, se pondrán en común las ideas que los ha llevado a pensar que efectivamente este es el nuevo tema que se va a tratar, y se introducirá (repasará) los conceptos básicos de espacio muestral y de cálculo de probabilidades con la regla de Laplace. Estos cálculos sencillos los han trabajado el año anterior, por lo que no será necesario una explicación desde cero y tampoco es necesario profundizar, ya que serán ellos mismos los que irán asociando sus cálculos intuitivos con cálculos formales gracias al juego y al debate que surja entre los compañeros.

El objetivo de ambos juegos es que utilicen un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. Se trabaja, individualmente en el primer juego y en equipo en el segundo, para tomar la decisión correcta. Esto se podrá comprobar a través de la observación por lo que tendremos que estar muy pendientes de que los grupos están funcionando correctamente, comprenden los juegos, hay un clima relajado en clase y que los alumnos están disfrutando. Se recomienda que sean ellos mismos quienes se den respuestas a

sus preguntas en base a la experiencia. En esta situación, el profesor será un guía/mediador que observará para después, en la puesta en común, poder abordar las dudas que han ido surgiendo o los errores que hemos visto en el marco teórico que son más frecuentes.

La formalización de todos los contenidos se dará en la siguiente sesión, tras comprobar las fichas que han respondido los alumnos sobre la experiencia y sus conocimientos previos. En la ficha de respuestas (véase <u>Anexo C.3.</u>) se encuentran las ideas clave que se recomienda introducir al responder a cada pregunta.

Esta actividad está diseñada para tratarla en una clase que sepamos que han visto anteriormente los conceptos básicos de probabilidad. En el caso de saber que no ha sido así o conocer bien al grupo y su funcionamiento, y no tener claro que pueda desarrollarse la actividad como está presentada, se puede adaptar realizando la misma actividad, pero en dos días diferentes. De este modo, se podría trabajar cada día con un juego para poder abordar bien todas las cuestiones que surjan y profundizar en la presentación de los contenidos.

A continuación, se presenta la ficha actividad de la sesión, que irá acompañada de su evaluación competencial y afectiva recogidas en los <u>Anexo D.5.</u> y <u>Anexo D.6.</u>, respectivamente.

Nombre actividad: Carta aquí, carta allá	Unidad: Probabilidad
Libo de mego: iniroducción	<b>Curso:</b> 3º ESO académicas ó 4º ESO aplicadas
Nivel demanda cognitiva: Procedimientos con conexión	<b>Duración total:</b> 55 min

#### Contenidos

- Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.
- Tipos de sucesos (elemental, compuesto, seguro, imposible, compatible, incompatible, independientes, dependientes)
- Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.

#### Estándares de aprendizaje

- Identificar los tipos de sucesos de un experimento aleatorio.
- Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.
- Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre

### Material, descripción y reglas del juego

#### Juego 1. ¿Qué carta soy?

**Componentes del juego:** Por cada grupo de alumnos se reparte una baraja de cartas (española o francesa), pero a todos los grupos el mismo tipo de baraja.

**Preparación del juego:** El grupo deberá sentarse haciendo un círculo, de modo que se puedan ver todos bien las caras. Se baraja bien todas las cartas y se reparte a cada jugador una carta. Cada persona debe coger su carta sin verla (importante) y colocársela en la frente.

¿Cómo se juega? El objetivo de este juego es que cada persona adivine la carta que tiene. Como no puede verla, deberá de hacer preguntas al resto de compañeros del grupo para conseguir adivinarla (número y palo). Las preguntas se realizarán por turnos, una persona pregunta, el resto de los compañeros responden (se deben de poner de acuerdo para poder dar la respuesta) y pregunta la siguiente persona. Así hasta que todos adivinen su carta.

Las preguntas que se pueden hacer son:

¿Mi carta está dentro del suceso "\_\_\_\_"; ¿Mi carta puede salir al mismo tiempo que sacar "\_\_\_\_"? Las respuestas tienen que ser de tipo dicotómico: "Sí" o "No"

#### Juego 2. ¿Qué cartas tengo?

**Componentes del juego:** Por cada grupo de alumnos se reparte una baraja de cartas (española o francesa), pero a todos los grupos el mismo tipo de baraja.

**Preparación del juego:** Para este juego se necesita que una persona se ofrezca voluntaria para ser el "master". Esta persona deberá barajar bien todas las cartas y sacar cinco cartas. Solo está persona podrá verlas durante todo el tiempo de juego.

¿Cómo se juega? El objetivo de este juego es que el resto de las personas del grupo, (que no son el "master"), vamos a llamarle "grupo jugadores", deben de hacer una serie de preguntas para conocer con exactitud (sólo el número) cuáles son las cinco cartas que hay en juego. Cada persona puede realizarle una pregunta al máster en cada ronda. Las preguntas harán referencia a la probabilidad (cálculo) de las cartas. Habrá tres rondas del juego:

#### **1º. Ronda intuitiva** (no pueden hablar entre el *"grupo jugadores"*):

Se deberán hacer preguntas del estilo: "¿Es mucho más probable...?", "¿Es poco probable...?", ¿Hay más probabilidad de que salga...?", "¿Es casi imposible...?

Haciendo uso de expresiones cualitativas y ningún cálculo numérico.

Las respuestas del máster tienen que ser de tipo dicotómico: "Sí" o "No"

#### 2º. Ronda clásica (pueden hablar entre el "grupo de jugadores"):

Tras la primera ronda, ya tendrán una idea intuitiva de cuáles son las cartas que hay en juego y podrán poner en común sus ideas con el resto de los compañeros. Después de compartir sus opiniones, deberán de hacer una nueva ronda de preguntas, en este caso del estilo: "¿La probabilidad de sacar " es ?"

En este caso, se deberá de realizar un cálculo de probabilidades numéricamente ("Ley de Laplace").

Las respuestas del master tienen que ser de tipo dicotómico: "Sí" o "No"

Fase comprobaciones: antes de pasar a la tercera y última ronda.

Con las respuestas que ha dado el master, se deberá tomar la decisión teniendo en cuenta las probabilidades que se han puesto en juego de cuáles son exactamente las cartas que se tiene.

El master deberá indicar cuántas cartas se han acertado (pero no cuáles).

#### 2º. Ronda final (pueden hablar entre el "grupo de jugadores"):

En esta última ronda, los jugadores deben de poner en común sus ideas y decidir cuál es la pista final que le van a pedir al máster. Es decir, podrán preguntarle en concreto por la probabilidad de algún suceso.

El máster deberá de responder con el cálculo de la probabilidad ("Ley de Laplace").

**Fase resultados**: Con todas las preguntas y respuestas que se han puesto en juego deberán de tomar la decisión final y dar los números de las cinco cartas que tiene el máster exactamente.

El máster enseñará sus cartas para que el "grupo de jugadores" vean las que han acertado. Estas instrucciones se darán a los alumnos para que las puedan consultar en todo momento.

Desarrollo de la actividad	Temporalización, materiales, estructuración del grupo y observaciones
En la siguiente sesión de introducción se realizarán dos juegos y al final de la clase, los alumnos deberán de rellenar una hoja para conocer sus impresiones y evaluar los conocimientos de los que parten.	<b>5 min</b> Generar intriga y ganas de jugar
Para introducir el <i>nuevo tema</i> no se hará ninguna explicación teórica al respecto, sino que se les pedirá que jueguen y descubran ellos mismos cuál es.	Grupos de 5 Una baraja por grupo,
Se distribuye a los alumnos en grupos de cinco personas y se les reparte una baraja de cartas a cada grupo.	explicar las cartas que forman la baraja

#### Juego 1. ¿Qué carta soy?

Se realizará un ejemplo del funcionamiento del juego y se responderá a aquellas preguntas que no sea dar respuesta directa de cuáles son las mejores estrategias o que tengan relación con los contenidos propios de la Probabilidad.

Se les dejará una hoja de instrucciones a los alumnos para que puedan tener acceso a las normas durante todo el tiempo de juego.

**Puesta en común.** Tras este primer juego es posible que ya se hayan dado cuenta cuál es el nuevo tema que vamos a tratar. Se pondrá en común cuáles son las ideas que los ha llevado a pensar que se trataba de Probabilidad y tantear los significados de aleatorio y azar que recuerdan. También se introducirán los conceptos de espacio muestral, suecos y el cálculo de probabilidades de "Laplace". Se pondrán algunos ejemplos, pero no hace falta profundizar sobre ellos, ya que los practicarán y debatirán entre ellos en el siguiente juego.

#### Juego 2. ¿Qué cartas tengo?

Se realizará un ejemplo del funcionamiento del juego y nos aseguraremos de que todos los equipos entienden cómo se juega. Además, se les dejará una hoja con instrucciones para que las puedan consultar en todo momento.

El resto del tiempo se basará en que jueguen, disfruten y tomen decisiones. Ahora hay que estar muy atentos a cómo tratan las ideas entre el grupo, si todos participan, si se respetan, si están relajados jugando, etc.

En el caso de que haya algún equipo muy rápido se les puede proponer hacer otra partida o que incluyan alguna carta más para adivinar, si, por el contrario, hay algún equipo que va muy lento, se puede poner tiempos a cada fase para que tomen las decisiones en un determinado tiempo.

#### Evaluación de conocimientos previos

Cuando se finalice el tiempo de juego, y asegurarnos de que todos los equipos han jugado al menos una partida, se pedirá que se vuelvan a sentar en su sitio. Se le dará a cada alumno una hoja que deberá de rellenar según su experiencia en el juego y sobre lo que recuerda de la probabilidad (véase Anexo C.2.).

#### Cierre de la actividad

Cuando todos los alumnos acaben de rellenar la ficha, se les pedirá que comenten sus impresiones, qué les ha parecido los juegos, qué opinan de la probabilidad...

Al día siguiente, teniendo más información al revisar las respuestas de los alumnos, se introducirán formalmente los contenidos que se encuentran en la ficha recordando los juegos, pero también ampliando con otros contextos y experimentos. Se hará hincapié en los errores más frecuentes.

Una idea de las posibles respuestas y cómo introducir los contenidos se encuentra en la ficha de respuestas que se encuentra en el <u>Anexo C.4.</u>

Si se considera oportuno, al día siguiente se podría comenzar jugando de nuevo y hacer revisión de los contenidos y de las respuestas, al mismo tiempo que se juega.

#### Evaluación

La evaluación consistirá en evaluar los conocimientos previos del alumno sobre Probabilidad y su manera de intuir, realizar estrategias y tomar decisiones sobre la Probabilidad. Esta evaluación es competencial y se encuentra en el <u>Anexo D.5.</u>

Además, se realizará una autoevaluación (véase Anexo D.6.) considerando importante conocer la evaluación del funcionamiento de trabajo en pequeño grupo y su opinión sobre el uso de esta herramienta y recurso (juego) elegido. De esta manera, valoraremos si han desarrollado actitudes de curiosidad e indagación adaptándose a los contenidos trabajados y al grupo establecido. También podremos comprobar si existen bloqueos e inseguridades al enfrentarse a este tipo de actividades y/o a los contenidos. Si no da tiempo el mismo día de la actividad, se podrá rellenar al día siguiente. Es preferible que lo rellenen con calma y sinceridad, que hacerlo rápido y corriendo por falta de tiempo.

#### 15 min

Observación de los grupos

Se deberá observar bien las estrategias y el clima que se genera durante el juego en los grupos.

#### 5 min

Puesta en común, introducción de contenidos brevemente

#### 15 min

Observación de los grupos

Atención a los grupos, si todos participan, si se respetan, si están relajados jugando, etc.

Fijarnos que realizan bien los cálculos, para que la actividad tenga sentido

#### 15 min

Fichas Autoevaluación

# 4. Evaluación y reflexión

"Las escuelas son básicamente espacios de experiencias para el crecimiento de nuestra comprensión del mundo desde un marco institucional que regula, distribuye y valora el conocimiento que dichas experiencias toman como referencia".

Salinas, 2002.

Esa valoración del conocimiento es a lo que llamamos *evaluación* y está en nuestra mano el desafío de darle un propósito al aprendizaje y estimular en el alumnado el deseo interno de aprender, no solo de alcanzar una buena nota. Para ello, los docentes se basarán en una evaluación formativa que haga en el alumnado mejorar, desarrollarse y avanzar.

No podemos olvidar que la relación entre enseñanza y aprendizaje no es casualidad, y hay que saber que la enseñanza no siempre produce aprendizaje (Salinas, 2002). Ya hemos tratado a lo largo de este trabajo que la evaluación que propongamos del juego debe ir más allá, y no limitar las experiencias a "algo divertido" simplemente realizando una valoración cualitativa sobre las impresiones de aprendizaje de los alumnos (Franco-Mariscal y Sánchez, 2019). Consideramos interesante destacar el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación del alumno en todas sus fases, en las que unas se apoyan en las otras, consiguiendo así que el proceso sea un ciclo y no se tome que acaba el aprendizaje cuando empieza la evaluación. Para ello, los docentes debemos de desarrollar una mirada profesional que sea capaz de detectar el significado de lo visible, y a veces, las razones de lo no tan claramente visible (Salinas, 2002). Y es en este punto donde la contribución de las creencias, las emociones y las actitudes ante las decisiones que toman nuestros alumnos en el aula toman un papel muy importante. Es por ello, que durante el diseño de las sesiones se ha hecho hincapié en la observación de los alumnos durante el juego para ser conscientes de que hay un buen clima de juego y trabajo, y se está disfrutando y aprendiendo.

En nuestra planificación, ya hemos visto como la *evaluación y reflexión* estará previamente programada antes de ejecutar la actividad, y será a través de la elaboración de unas herramientas concretas la forma de valorar los aprendizajes adquiridos. Estos aprendizajes que vamos a evaluar son aquellos que consideramos significativos, teniendo claro lo que "vale la pena hacer" y aquello que "vale la pena evaluar" (Salinas, 2002). Si los objetivos están lo suficientemente especificados para que determinen el alcance y la calidad de lo que realmente enseñamos y los alumnos aprenden, puede ser un buen punto de partida. El instrumento escogido con el propósito de realizar una evaluación formativa tiene como referencia el decálogo que ofrece Alsina (2018) para Primaria, que del modo que se ha presentado este trabajo, es totalmente

transferible para aplicar en la evaluación de la etapa de secundaria. En el punto cuatro se pone de manifiesto la utilidad de las rúbricas. Martínez-Rojas (2008) indica que, en el contexto educativo, las rúbricas son un conjunto de criterios o parámetros que sirven para juzgar, valorar, calificar y conceptualizar un determinado aspecto del proceso educativo. Masero, Camacho y Vázquez (2018) recuerda que es necesario marcar los indicadores y niveles de desarrollo o logro especificando sus características, consiguiendo así una evaluación formativa ya que retroalimenta al alumno acerca de sus fortalezas y de los aspectos que debe mejorar pudiendo utilizarla como guía y herramienta de autoevaluación.

El currículo estipula los contenidos y estándares de aprendizaje que se deben alcanzar, pero nos da libertad para adecuar nuestro sistema de evaluación. Además, en vista a lo expuesto en el marco teórico, se plantea que los contenidos sean evaluados atendiendo una evaluación competencial. Rico y Lupiáñez (2008) consideran que se debe incorporar el aprendizaje basado en competencias para abordar los nuevos retos educativos, pero sigue sin ser suficientemente difundido entre los docentes. Por tanto, las propuestas de evaluación con sus respectivas rúbricas que se plantean en este trabajo, buscan ser un modelo (véase Anexo D.1.) para facilitar el trabajo de los docentes que quieran adaptarlas en futuras experiencias concretas que diseñen. Como ejemplo, se pueden ver las rúbricas que se han diseñado para las actividades concretas que se han presentado en el capítulo anterior (véase Anexo D.3. y Anexo D.5.) y así contribuir al desarrollo de la mejora de la alfabetización matemática valorando la estadística y la probabilidad como herramientas valiosas para comprender y actuar sobre su entorno.

En el <u>Anexo D.2.</u>, se presenta una segunda rúbrica para que cada alumno evalúe de forma sincera y en confianza la experiencia. El docente podrá recopilar información y valorar los aspectos de carácter emotivo. Asimismo, le dará información sobre la evaluación del material, de los efectos de implementación y las mejoras de aprendizaje. De cara a nuevas experiencias, partiremos de estas valoraciones y conclusiones (evaluaciones), para proponer unas nuevas en práctica y a su vez, la evaluación que se haga de éstas influirá en la mejora de las futuras.

Por último, la evaluación no debe regirse solo por la información recabada a través de las rúbricas, sino que se deberá de tener una observación sistemática de las interacciones del alumnado durante todo el desarrollo que dará mucha información tanto para rellenar adecuadamente las rúbricas, como para fijarnos en las actitudes que van a manifestar los alumnos de las nuevas experiencias que propiciemos, reconstruyendo su sistema de creencias e influyendo en sus éxitos o fracasos.

# 5. Experiencia en un taller de juegos

Como se habrá podido comprobar, entre los capítulos 3. Diseño y 4. Evaluación, faltaría la fase de Ejecución. Este trabajo tenía como idea principal, además de todo el estudio expuesto en relación al dominio afectivo y las propuestas del uso de recursos didácticos para la enseñanza de estadística y probabilidad en las aulas de matemáticas de secundaria, la posibilidad de su puesta en práctica en un contexto presencial y real en un aula de 3º ESO. En estas circunstancias iniciales, se hubiese podido analizar y evaluar si la presentación de un nuevo tema a través del uso de juegos didácticos mejora la actitud y el interés del alumnado en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, según hemos visto en estudios anteriores como Muñiz-Rodríguez et al. (2014).

Dada la situación actual en la que nos encontramos en España, como en prácticamente todo el mundo, la educación ha tenido que adaptarse, y entre ellos este trabajo, por lo que se han modificado los propósitos iniciales de los que se partió. Quedará pendiente su puesta en práctica (ejecución) para cuando todo se "normalice", pudiendo ser utilizada por cualquier docente que encuentre de interés todo lo que en este mismo trabajo se presenta. A pesar de ello, antes de encontrarnos en este paradero, se tuvieron experiencias en talleres de juegos matemáticos en una variedad de contextos diferentes a las propias aulas de secundaria. Se ha considerado interesante retomar una de las experiencias en concreto e intentar comunicarnos de nuevo con estos alumnos. Conocer su opinión de manera más concreta puede contribuir a acreditar el interés y los beneficios que pueden tener este tipo de experiencias en las aulas y abrir nuevas líneas de trabajo futuras.

A continuación, se presenta brevemente el contexto en el que se desenvolvió la experiencia del taller, la construcción de los instrumentos de evaluación, un posterior análisis de los resultados y una autoevaluación.

## 5.1. Descripción del contexto

El taller tuvo lugar en el mes de enero, de este mismo año, en el Centro de Educación de Personas Adultas (CEPA) Oporto situado en el barrio de Opañel (Madrid). El centro tiene como finalidad principal proporcionar al alumnado mayor de 18 años la posibilidad de completar o ampliar sus estudios. Los cursos de la ESO se imparten en dos niveles de formación con el fin

de permitir a los alumnos la participación en el mundo social y laboral. En su mayoría son estudiantes jóvenes que no consiguieron titular por la vía general o adultos que siguen formándose para alcanzar mejores oportunidades laborales. Las asignaturas se integran en ámbitos, y en concreto, las matemáticas, forman parte del ámbito científico tecnológico (ACT).

Por otro lado, se encuentra el aula de Enseñanzas Iniciales que realiza actuaciones de carácter educativo facilitando a los estudiantes la integración y participación social. La mayoría son personas mayores y jubiladas que encuentran en este ambiente un espacio motivador que les ayuda a alfabetizarse y mantener activas sus capacidades cognitivas. El centro también ofrece la posibilidad de la preparación de la prueba de acceso para adultos que no tengan el Bachillerato y quieran acceder a la universidad, clases de español para extranjeros y otros cursos, en su mayoría relacionados con las TIC.

### 5.2. Construcción del elemento de evaluación

El cuestionario es el instrumento escogido para evaluar la experiencia de los alumnos en el taller de juegos matemáticos. Se ha construido a través de la herramienta que ofrece Google con esta finalidad en concreto: *Google Formularios*. Realizar la evaluación en este formato, dada la situación en la que nos encontramos, tiene como ventajas el poder enviar el enlace a los estudiantes que estuvieron en la actividad sin necesidad de realizar la encuesta de modo presencial, que un gran número de personas puedan responder de manera simultánea, el anonimato y privacidad de los resultados, la flexibilidad en el tiempo de respuesta para que se ajusten a los ritmos de reflexión de cada persona, la objetividad y facilidad de un posterior análisis e interpretación de los datos.

El objetivo de la encuesta realizada (véase <u>Anexo E</u>) es conocer la *valoración del alumnado* sobre la experiencia atendiendo a las actitudes y emociones que surgen hacia las matemáticas y su aprendizaje gracias al uso de juegos. Está compuesto de cinco afirmaciones que deben puntuar entre 1 "totalmente en desacuerdo" y 5 "totalmente de acuerdo". Además, al final se encuentran unas preguntas con respuesta más abierta para que expresen libremente lo que opinan sobre la experiencia y se les pide una valoración numérica global.

### 5.3. Análisis de los resultados

Cuando se planteó la idea de realizar un cuestionario online, se vio que era una buena herramienta por las ventajas que ofrece su uso según se ha tratado en el punto anterior. En la realidad, nos hemos encontrado varias dificultades, puesto que, por la peculiaridad del centro, el alumnado es muy diverso, abarca un rango de edades muy amplio y algunos no tienen las habilidades para rellenar un formulario de este estilo, no están familiarizados o no lo consideran fundamental en estos momentos ya que no es una tarea obligatoria. En concreto, hemos decidido realizar la encuesta a los alumnos que participaron en la actividad y tienen un nivel similar a primero de la ESO. En esta clase hay 30 personas en lista, pero suele asistir una media de 15.

Para sorpresa de su profesor, han respondido más personas de las que se esperaba, y da la casualidad, que también es relevante para el estudio, ya que se trata sólo de 6 personas los que han contestado al formulario. La edad de estas personas abarca desde los 18 hasta los 50 años. Con tan pocos datos, no podemos realizar una valoración ni una interpretación generalizada, ya que estamos perdiendo mucha información por parte de aquellos alumnos que no han respondido. No se cree que coincida con que no les gustase la experiencia, pero tampoco podemos confirmarlo debido a su ausencia de respuesta.

De todos modos, el análisis de estas seis personas, casi se puede tratar de manera individualizada aportando información muy interesante. En las afirmaciones que había que valorar del 1 al 5, todas las respuestas apuntan a "bastante de acuerdo" o "totalmente de acuerdo", pero da la casualidad de que la referente a "*Tuve una actitud más relajada en clase mientras jugábamos*" es la única que tiene pleno de valoraciones con un 5. Esto lo interpretamos como un hecho muy positivo, ya que es una de las ideas que se pretende poner en valor en este trabajo para futuras propuestas. Tener un clima favorable y relajado durante la clase de matemáticas es esencial para concentrarse en la tarea y, además, todas las respuestas confirman que eran conscientes de que estaban haciendo matemáticas mientras jugaban y aprendieron matemáticas durante la experiencia.

En cuanto a las preguntas abiertas, también sorprende que hayan respondido, ya que no se marcó como obligatorio tener que responder para finalizar y mandar el formulario.

Para responder a la pregunta "¿Qué te pareció la experiencia de realizar un taller de juegos en clase de matemáticas?", se han usado varios calificativos positivos como divertida, entretenida, estupenda, pero hay una persona que destaca, ya que, además, se atreve a comentar su afecto negativo hacia las matemáticas: "La verdad que fue bastante buena la experiencia dado que siempre le he tenido pánico a las matemáticas y por lo tanto nunca me han gustado". Y a la siguiente pregunta, "¿Crees que sirve de algo jugar en clase de matemáticas?", esta misma persona aporta más información corroborando las conclusiones que se sacaron en el

estudio que se mencionó en la introducción de este trabajo: "Sí que sirve porque el juego hace que el pánico desaparezca y la ansiedad"

Asimismo, se pone en relieve, que no son solo alumnos de secundaria los que pueden sentir pánico o ansiedad, sino que estas creencias que se pueden adquirir en la infancia en relación con las matemáticas pueden persistir muchos años después. Hay otras respuestas que van en la misma línea: "Sí, porque así hace que uno vea las matemáticas más fáciles, y no para cogerle "miedo", y al verlo en forma de juego uno lo entiende mejor.", incluso hay quien destaca como beneficioso que durante el juego "se aprende de una forma más divertida y se hace grupo".

En cuanto al último apartado, que era totalmente libre, los alumnos se siguen expresando y hay quien confiesa que "Nada más verles me asusté, pero después se me fue pasando el susto y me empecé a relajar y, a integrarme al grupo para jugar y aprender una manera de jugar con mates", y una persona que hasta ahora no había expresado sus emociones relata que "Al principio me sentí un poco nerviosa pero ya con los juegos que nos enseñaba me sentí bien y me gustó bastante los juegos que hicimos ese día".

La nota media que sale de la experiencia es un 9.3, pero consideramos más valioso tener en cuenta las respuestas que hemos ido analizando. Con la poca información que hemos podido conseguir, es importante reconocer que la mitad de las personas que han respondido en algún momento expresan que tienen sensaciones de miedo, nerviosismo, incluso pánico al enfrentarse a las matemáticas, y viendo sus respuestas, se puede confirmar que la experiencia contribuyó positivamente a mejorar la actitud y el interés del alumnado en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Se propone que para los próximos talleres o experiencias similares se evalúe la actividad, a través de una encuesta, o incluso la rúbrica de autoevaluación que se ha ofrecido en este trabajo adaptándola a la situación, y no dejando tanto tiempo de diferencia desde que se realizó la actividad hasta que se evalúa. De este modo, como se ha defendido en este trabajo, no se limitará a una valoración positiva y cualitativa del profesor, sino que tendremos información objetiva y valiosa sobre la que trabajar en nuestras clases.

## 5.4. Valoración personal

En cuanto a mi valoración personal, es cierto que esperaba más respuestas cuando se envió el formulario, pero estoy bastante contento/a con los resultados porque, sin ellos tener ni idea de la realización de este trabajo, han dado con la clave de algunos aspectos que se han ido

mencionando y que dejamos de lado cuando nos limitamos a continuar con la docencia rutinaria y tradicional a la que estamos acostumbrados.

Las respuestas de estos pocos alumnos hablan por sí solas, y comparto totalmente que fue una tarde agradable, divertida y de mucho aprendizaje por las dos partes (se puede ver un vídeo de la experiencia en el Anexo E). Pude comprobar que alumnos que empezaron la clase con poca confianza en la actividad, y posiblemente en sí mismos, con una actitud negativa y más ausente en el grupo, se acababan dejando llevar por el ambiente y se relajaban, llegando a participar con el grupo y disfrutar de la experiencia. Durante la actividad, surgen ideas, planteamientos y preguntas, que la formación y conocimientos que tenga el docente, las conexiones que realice juego-matemáticas-realidad y el acompañamiento emocional que efectúe marcará el rumbo de la experiencia, por lo que es muy importante que los profesores queramos desarrollar estas capacidades y habilidades a través de la experiencia y aprendiendo de los fallos.

En un estudio anterior presentado en este trabajo, se cuenta la experiencia positiva de unos alumnos, estudiantes para profesores de matemáticas, que por ellos mismos tuvieron experiencias similares para ser consciente de la utilidad y beneficios que supone realizar juegos en el aula. Al reflexionar y evaluar la experiencia, soy consciente que he experimentado por mí misma este aprendizaje, ayudándome a valorar los afectos positivos que se trabajan y creer firmemente en su potencial, lo que me ha permitido disfrutar aún más durante la realización de este trabajo fin de máster. No nos servirá de nada incluir experiencias novedosas e innovadoras, si no nos creemos lo que estamos haciendo y si no nos informamos y formamos bien para llevarlas a cabo. En nuestra mano está el poder contagiar el interés y el gusto por las matemáticas.

Personalmente, la experiencia la valoro positivamente y sin duda, se repetirá en un futuro, animando a que sean más alumnos para profesor e incluso profesores en activo, los que prueben este tipo de experiencias. Sin darme cuenta en su momento, este aprendizaje ha sido muy valioso para mi desarrollo profesional y personal, además de ayudarme a desarrollar una mirada profesional, como se ha explicado anteriormente. Además, siendo futuros profesores de Secundaria y Bachillerato, también tenemos la posibilidad de trabajar en este tipo de centros, por lo que ha sido una oportunidad poder conocer al alumnado, ver sus intereses (muy diferentes a los de un adolescente) y atender sus necesidades individualmente. Sin duda, ha sido una experiencia muy enriquecedora y te das cuenta de que nunca paramos de aprender, aunque nuestro oficio sea enseñar.

## 6. Conclusiones

En este trabajo se ha tratado de valorar el juego como propuesta metodológica para potenciar los afectos positivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas concretando las acciones en el bloque de Estadística y Probabilidad. Para alcanzar nuestro objetivo, se habían presentado una serie de objetivos específicos que vamos a tratar a continuación.

En cuanto a la contribución que hemos realizado sobre la influencia que tienen los aspectos propios del dominio afectivo en el desarrollo del alumno, podemos confirmar que sigue siendo un asunto actual que tratar. Además, vista la repercusión directa que tiene con el bajo rendimiento académico del alumnado, se considera necesario actuar en este sentido, pero sólo será posible partiendo de un mayor reconocimiento por parte de los docentes al considerar la estrecha relación existente entre el dominio afectivo y cognitivo. En concreto, analizando la retroalimentación que se da entre los tres descriptores que hemos considerado que constituyen el dominio afectivo, deberíamos aspirar a cambiar las creencias negativas y desadaptativas de nuestros alumnos, ofreciéndoles estrategias que les ayuden a construir por ellos mismos sus propios conocimientos y nuevas ideas que sustituyan a las anteriores. La gran mayoría de veces, estas creencias estarán tan arraigadas, que deberemos actuar a partir de pequeñas acciones. En consecuencia, la íntima relación entre unas y otras componentes, facilitará que cualquier cambio de emoción o actitud positiva que pueda experimentar el alumno se convierta en una aportación muy valiosa. Para ello, será necesario comprender y analizar cómo el estudiante, al aprender matemáticas y al interactuar con su entorno, interioriza determinadas creencias y valoraciones negativas o positivas hacia ellas y hacia él mismo como aprendiz. La función del docente se vuelve esencial en esta situación, teniendo que realizar un adecuado acompañamiento emocional que permitirá que el alumno se aproxime a sus éxitos o fracasos ante la consecución de sus logros matemáticos. Al igual que sucede en el currículo, esta idea ha estado presente de manera transversal durante todo el trabajo marcando el sentido del mismo.

En busca de generar las estrategias que mejor se adapten a esta situación de partida y contribuyan al buen clima que se debe dar en clase, se partió de hacer uso de materiales y juegos didácticos. Todas las investigaciones previas y revisión bibliográfica realizada apuntan a que, si basamos en actividades constructivas y lúdicas el aprendizaje de las matemáticas, nuestros alumnos pueden percibirlo como una experiencia motivadora, divertida, atractiva e interesante y ayudarles a adquirir las competencias matemáticas que se estén poniendo en juego. En este

trabajo se presenta una clasificación fundamentada que podemos adaptar muy bien a las situaciones que se nos presenten en el aula, y unas consideraciones que tener en cuenta en la práctica de este tipo de experiencias. La elección que se tome en cada una de las fases del diseño de la actividad debe de tener en cuenta los contenidos y objetivos que queramos alcanzar con la propuesta realizada. De nuevo, el docente tiene en su poder esta elección, al igual que realizar una evaluación acorde a la experiencia, en la que se valore realmente si estamos consiguiendo darle un propósito al aprendizaje, aumentando el interés del alumnado o, por el contrario, se ha quedado todo en un "simple juego". No servirá de nada lanzarnos a innovar o plantear actividades sin unos objetivos precisos y sin basarnos en una experiencia previa que muchos docentes ponen a nuestra disposición. En este mismo trabajo, se han presentado unos modelos de ficha de actividad, juegos para 3º ESO y rúbricas de evaluación competencial y autoevaluación que pueden ser un buen punto de partida en futuras ocasiones.

En cuanto al bloque de Estadística y Probabilidad, la influencia que tiene para una mejora de la alfabetización matemática en la sociedad de la información en la que vivimos se vuelve relevante. Su gran presencia en la sociedad está muy alejada de la realidad que hemos visto en las aulas. De este modo, estamos muy lejos de alcanzar la calidad que se necesita actualmente en las capacidades matemáticas que este bloque desarrolla. Hemos podido comprobar que generalmente los profesores de Secundaria no tienen los suficientes conocimientos para poder dar una formación adecuada a su alumnado, además de la falta de formación de los docentes en didáctica en este bloque. Esta idea coindice con la llevada a cabo recientemente en la investigación de Batanero (2019), en la que después de treinta años de estudio en la educación estadística, identifica que la formación de los profesores es todavía un tema prioritario de estudio. Y es que, como hemos estado tratando, "se debe prestar más atención a las diferentes facetas del conocimiento didáctico-estocástico del profesor, es decir, a los aspectos epistémico, cognitivo, afectivo, mediacional, interaccional y ecológico de su conocimiento" (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017 citado en Batanero, 2019, p.11)

En este trabajo hemos decidido apostar por el uso de juegos como una oportunidad para introducir los contenidos de estadística y probabilidad. Sin embargo, como bien se venía incidiendo en Etxandi (2007, citado en Blanco et al. 2010, p. 15) no importará la metodología escogida, siempre y cuando:

Nos encontremos un profesorado comprometido con la matemática y su didáctica, con un historial de dedicación al área, provocará una reflexión acerca de la importancia de este conocimiento para una ciudadanía activa y crítica, instruyendo acerca de los contenidos esenciales del currículo, y mostrando sus consecuencias en el mundo real.

Tenemos que abordar las posibles dificultades de los alumnos puedan presentar desde los primeros cursos porque, como se ha visto, podemos encontrarnos alumnos que llegan a los últimos cursos de la ESO sin haber trabajado estos contenidos. También habrá que ser conscientes de si para ellos se ha convertido en un escenario emocional negativo que obstaculiza el aprendizaje llevándolos al fracaso. Y de nuevo, es la figura del docente quien debe mostrar esa confianza en sus alumnos a través de sus clases para que se comuniquen y expresen sus emociones, ayudándoles poco a poco a cambiar sus creencias con relación al profesor de matemáticas y hacia las Matemáticas.

En vista del momento en que nos encontramos, la fase de ejecución de las propuestas en un aula de 3º ESO queda pendiente junto a la evaluación, valoración y mejora de las mismas para otra ocasión. A pesar de no haber podido llevar a la práctica esta experiencia que hubiese considerado un mayor alcance en los objetivos propuestos en este trabajo, todo el estudio que se ha presentado, reflexiones y propuestas futuras, se consideran que contribuye a una valoración positiva del juego como propuesta metodológica para potenciar los afectos positivos el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La experiencia en un taller de juegos que se ha analizado finalmente justifica por si misma este trabajo y a pesar de la poca información que se ha podido recoger, las personas que han respondido la encuesta realizada han dado en los puntos clave que se han abordado en este trabajo. Si queremos contribuir a un cambio real, se debe aprender de estas experiencias y seguir buscando siempre otras nuevas que combinen *disfrutar* y *aprender*, adaptándonos siempre al alumnado y a sus necesidades. Debemos buscar un clima relajado que genere actitudes positivas en clase de matemáticas y ofrecerles las herramientas necesarias para que tomen conciencia de su aprendizaje y se involucren más en el proceso.

Además de la transversalidad del dominio afectivo, todas las conclusiones a las que se han llegado tienen un elemento en común: la figura del docente. Debemos ser conscientes de las responsabilidades que tenemos y la figura de guía que debemos adoptar en todo el desarrollo del proceso del alumno, motivando y animando a enfrentarse a nuevas situaciones. No servirá de nada dominar un área de conocimiento, sin otras capacidades, habilidades y actitudes que nos lleven a realizar intervenciones educativas exitosas. En nuestra mano está "formar ciudadanos críticos y analíticos que apliquen el pensamiento matemático y científico en su contexto" (Mendivil y Ponce, 2016, p.383). Por lo tanto, es esencial una buena formación inicial en todos los aspectos del docente que realmente permitan llevar prácticas de calidad que mejoren la alfabetización matemática del alumnado.

# 7. Bibliografía

Agnelli, H. y Peparelli, S. (2011). Las paradojas, un vehículo para superar obstáculos en el aprendizaje de la probabilidad. *Revista de Educación Matemática*, 26, 1-12.

Agüero, E.; Meza, L.; Suárez, Z. y Schmidt, S. (2017). Estudio de la ansiedad matemática en la educación media costarricense. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 19 (1).

Alsina, À. (2001). Matemáticas y Juego. Revista Uno [Versión electrónica]. 26.

Alsina, À. (2010). La "pirámide de la educación matemática": una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189.

Alsina, À. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*. 33, 7-29.

Alsina, À. (2018). La evaluación de la competencia matemática: ideas clave, recursos para el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*. 8, 7-23.

Alsina, C.; Burgués, C. y Fortuay, J.M. (1988). Materiales para construir geometría. Madrid: Síntesis.

Álvarez, C. (1987). El juego infantil. En J. Mayor (Coord.), *La Psicología en la escuela infantil* (pp. 567-568). Madrid: Anaya.

Arce, M.; Conejo, L. y Muñoz, J.M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Máster de Formación del Profesorado. Madrid: Síntesis.

Arteaga, P.; Batanero, C.; Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76, 55-67

Batanero, 2001. Didáctica de la Estadística. GEEUG. Universidad de Granada.

Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. Yupana, 1(1), 27-37.

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Relime*, 8(3), 247-263.

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

Batanero, C.; Contreras, J. M.; Cañadas, C. y Gea, M. M. (2012). Valor de las paradojas en la enseñanza de las matemáticas. Un ejemplo de probabilidad. *Novedades educativas*, 261, 78-84.

Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.) (2011). *Estadística con Proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática.

Batanero, C.; Díaz, C.; Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.

Batanero, C.; Godino, J. D.; Green, D. R.; Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.

Batanero, C.; Ortiz, J. J. y Serrano, L. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. *UNO*, 44, 7-16.

Bazán, J. L. y Aparicio, A. S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Sinéctica. Revista Semestral del Departamento de Educación*, 28, 1-12.

Begué, N.; Batanero, C. y Gea, M. (2018). Comprensión del valor esperado y variabilidad de la proporción muestral por estudiantes de educación secundaria obligatoria. *Enseñanza de las ciencias*, 36 (2), 63-79.

Benjumeda, F. J.; Romero, I. y López-Martín, M. M. (2015). Alfabetización matemática a través del aprendizaje basado en proyectos en secundaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), Investigación en Educación Matemática XIX (pp. 163-172). Alicante: SEIEM.

Bermejo, V. (1996). Enseñar a comprender las matemáticas. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds.), *Psicología de la Instrucción I* (pp. 256-279). Madrid: Síntesis.

Blanco, L.; Caballero, A.; Piedehierro, A.; Guerrero, E. y Gómez, R. (2010). El Dominio afectivo en la Enseñanza/Aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de investigaciones locales. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 29(1), 13-31.

Blatner, A. y Blatner, A. (1997). The art of play: Helping adults reclaim imagination and spontaneity (Rev. ed.). NY: Brunner/Mazel.

Boaler, J. y Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of railside school. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.

BOE (2015). España. Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, núm. 3, pp. 169 a 546.

Briceño, G (2018). Juegos lúdicos basados en el enfoque significativo para mejorar el desarrollo de la motricidad fina en niños de 5 años de la institución educativa Nº 406 Sarita Colonia de Huánuco-2017. Tesis. Perú: Facultad de Educación y Humanidades, Universidad Católica Los Ángeles Chimbote.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al Estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental Statistical Ideas in the School Curriculum and in Training Teachers. En C. Batanero, G. Burrill, and C. Reading (eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 57-69). Heidelberg: Springer.

Butler, T. (1988). Games and simulations: creative educational alternatives. *TechTrends*, 33 (4), pp. 20-24.

Caballero, A. y Blanco, L. J. (2007), Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Comunicación presentada en el Grupo de Trabajo "Conocimiento y desarrollo profesional del profesor", en el XI SEIEM.

Caballero, A.; Cárdenas, J. y Gordillo, F. (2016). La intervención en variables afectivas hacia las matemáticas y la resolución de problemas matemáticos. El MIRPM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (pp. 75-91). Málaga: SEIEM.

Caballero, A.; Cárdenas, J. y Gómez, R. (2014). El dominio afectivo en la resolución de problemas matemáticos: una jerarquización de sus descriptores. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 7(1), 233-246.

Cabrera, G. y Pons, M. J. (2011). Juegos y experimentos didácticos de estadística y probabilidad. *Cuadernos de Trabajo de la Escuela Universitaria de Estadística*, 01/201.

Carmona, E. y Cardeñoso, J. (2019). Situaciones basadas en juegos de mesa para atender la elaboración del conocimiento matemático escolar. Épsilon. Revista de Educación Matemática, 101, 57-81.

Canals, M. A. (2001). Vivir las matemáticas. Barcelona: Octaedro

Cantí, N. (2019). Amorquealimenta: Acompañamiento emocional respetuoso. Fecha última consulta: 14/06/2020. Recuperado de: <a href="https://www.amorquealimenta.com/2019/05/23/acompanamiento-emocional-respetuoso/">https://www.amorquealimenta.com/2019/05/23/acompanamiento-emocional-respetuoso/</a>

Castro, A. E.; Vanhoof, S.; Van den Noortgate, W. y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113.

Castro, G. (2017). La ansiedad y logros de aprendizaje en el área de matemática en estudiantes del quinto año de secundaria de la institución educativa San José de Nazareth. UGEL N° 4. Puente Piedra. 2016. Tesis. Lima: Universidad Cesar Vallejo.

Chamoso, J.M.; Durán, J.; García, J.F.; Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*, 47, 47-58

Chaves, E. (2016) La enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, más allá de procedimientos y técnicas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 11(15), 21-31.

Chemello (Coord.) (2004). Juegos en Matemática. EGB1. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Argentina.

Chias, M. y Zurita, J. (2009). *Emocionarte con los niños: el arte de acompañar a los niños en su emoción*. Editorial Desclée de Brouwer, S.A

Cuadrado, S. (2017). Aprendizaje Basado en Juegos: Mecánicas y dinámicas de juego. Fundamentos de la Gamificación. Editales. Fecha última consulta: 14/06/2020. Recuperado de: https://editales.com/mecanicas-dinamicas-juego-gamificacion/

Contreras, R. (2014). Diferencias entre juegos educativos y gamificados. New York, EU: Start.

Contretas, R. (2016). Juegos digitales y gamificación aplicados en el ámbito de la educación. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 19(2), 27-33

Corbalán, F. y Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *UNO*, 7, 71-80.

Coriat, M. (1997). Materiales, recursos y actividades: un panorama. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 155-177). Barcelona: Horsori.

CREAMAT (2009). Preguntes que poden servir d'indicadors del nivell de riquesa competencial d'una activitat. Última fecha de consulta: 14/06/2020. Recuperado de: <a href="http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0039/25c246d5-835c-427f-">http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0039/25c246d5-835c-427f-</a>

9f87-68bdfc9d78a3/indicadors competencials.pdf

Cruz, I. M. (2013) Matemática Divertida: Una Estrategia para la enseñanza de la Matemática en la Educación Básica. I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. ICEMACYC, Santo Domingo, República Dominicana.

De Guzmán, M. (1984): «Juegos matemáticos en la enseñanza», en las Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (IV JAEM), organizadas por la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas «Isaac Newton», 10-14 septiembre, 49-85.

Denham, A.R. (2016). Improving the Design of a Learning Game Through Intrinsic Integration and Playtesting. *Tech Know Learn*, 21, 175–194.

Díaz, C.; Contreras, J. M.; Batanero, C. y Roa, R. (2012). Assessing prospective secondary school teachers' biases in conditional probability reasoning. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 26(44), 1207-1226.

- EACEA P9 Eurydice (2011). La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales. Madrid: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Documentación y Publicaciones del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Edo, M.; Baeza, M.; Deulofeu, J. y Badillo, E. (2008). Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 14, 61-75.
- Elizondo, A; Rodríguez, J. V. y Rodríguez, I. (2018). La importancia de la emoción en el aprendizaje. *Didácticas Específicas*, 1 (19), p. 37-42.
- EL PAÍS (14 de mayo de 2020). Educación: Los matemáticos se rebelan por la nueva ley educativa. Última fecha de consulta: 14/06/2020. Recuperado de <a href="https://elpais.com/sociedad/2020-05-13/los-matematicos-se-rebelan-por-la-nueva-ley-educativa.html">https://elpais.com/sociedad/2020-05-13/los-matematicos-se-rebelan-por-la-nueva-ley-educativa.html</a>
- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.
- Ernest, P. (1986), Games. A rationale for their use in the teaching of mathematics in school, *Mathematics in School*, 15(1), 2-5
- Estrada A.L.; Cortés R.A.; Enciso R. y López M.A. (2017). Revista EDUCATECONCIENCIA. 15 (16).
- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En: Salcedo, A. (Comp.). *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI*, (173 194). Caracas: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela
- Etxandi, R. (2007). Matemática en educación primaria: un intento de renovación de la práctica en el aula. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 45, 15-25.
- Fernández, M.P. y Caballero, A (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-217.
- Fernández, R.; Hernández, C.A.; Prada, R. y Ramírez, P. (2018). Dominio afectivo y prácticas pedagógicas de docentes de Matemáticas: Un estudio de revisión. *Revista. Espacios*. 39(23), 25.
- Fischbein, E. y Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96–105
- Franco-Mariscal, A.J. y Sánchez, P.S. (2019). Un enfoque basado en juegos educativos para aprender geometría en educación primaria: Estudio preliminar. *Educação e Pesquisa*, 45(21)
- Franklin, C.; Kader, G.; Mewborn, D. S.; Moreno, J.; Peck, R.; Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association
- Friel, S. N.; Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *En Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gamboa, R. y Moreira-Mora, T. E. (2016). Un modelo explicativo de las creencias y actitudes hacia las Matemáticas: Un análisis basado en modelos de ecuaciones estructurales. *Avances de Investigación en Educación Matemática* (pp. 27-51) X SEIEM.
- García, A. (2019). Matemáticas con juegos: Aprender y disfrutar. Épsilon. Revista de Educación Matemática, 101, 11-28.

García, M.T. y Adamuz, N. (Coords.) (2020). Del número al sentido numérico y de las cuentas al cálculo táctico. Barcelona: Octaedro.

García, M.; Gómez, A.; Solano, N. y Fernández, R. (2020). Las creencias de los futuros maestros sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista espacios*, 41 (9), p.14.

García González, M.S. y Pascual, M.I. (2017). De la congoja a la satisfacción: el conocimiento emocional del profesor de matemáticas. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 133-148

Gardner, M. (1975). Mathematical Carnival. Alfred A. Knopf, Inc, N.Y.

Garibotti, G.; Zacharías, D.; Treuque, J.; Guardamagni, A.L.; Huaylla, C.; Vega, R.; Miori, G. y Viozzi, G. (2020) Una propuesta de enseñanza de estadística en la escuela secundaria mediante el abordaje de problemas comunitarios. *Revista Contextos de Educación*, 28.

Gea, M.; Arteaga, P. y Fuente, G. (2017). Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 19-37.

Gil N.; Blanco L. J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 2, 15-32.

Gómez-Chacón, I.M. (1997). Procesos de aprendizaje en matemáticas con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. Tesis doctoral inédita. Madrid: Universidad Complutense.

Gómez-Chacón, I.M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I.M. (2001). The emotional dimension in mathematics education: A bibliography, in Statistical Education Research Newsletter, 2 (2), 20-32.

Gómez-Chacón, I.M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (ed.) *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas* (pp. 197-227). Collectanea (63). Universidad, Servicio de Publicaciones, Huelva.

Gómez-Chacón, I.M. (2010). Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 121-140). Lleida: SEIEM.

Gómez-Chacón, I.M. (2016). Métodos empíricos para la determinación de estructuras de cognición y afecto en matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 93-114). Málaga: SEIEM.

González, A. G.; Molina, J.G. y Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 26(3), 109-133.

Guerrero R. (2020). La importancia de trabajar las emociones. Educación 3.0., 38, p.98.

Godino, J. D.; Giacomone, B.; Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31 (57), 90-113.

Hannula, M.; Di Martino, P.; Pantziara, M.; Zhang, Q.; Morselli, F.; Heyd-Metzuyanim, E.; Lutovac, S.; Kaasila, R.; Middleton, J.; Jansen, A. y Goldin, G. (2016). *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education*. (pp.1-35) Springer Open

Harradine, A.; Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. In C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 235-246)

Hart, L. (1989) Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics. *Journal for Research in Mathen1atics Education*. 20 (3), 242-260.

Heitele, D. (1975). An Epistemological view on stochastics fundamental ideas. *Educational Studies of Mathematics* 6, 187-205.

Idrogo, L. E. (2016). El juego como recurso didáctico en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de primer grado de educación secundaria de la i.e.p. "Getsemaní" - Paita, 2015. Tesis. Perú: Facultad de Educación y Humanidades, Universidad Católica Los Ángeles Chimbote.

INFORME COCKCROFT (1985). Las matemáticas sí cuentan. Ministerio de Educación y Ciencia Madrid.

Jiménez, J.J. y Lasa, A. (Ed.) (2018). Libro de actas: V Jornadas de Enseñanza de las matemáticas en Navarra. Universidad Pública de Navarra. Departamento de Estadística, Informática y Matemáticas

Latorre, D. I. y Gómez, E. (2019). Aprendizajes logrados por estudiantes de secundaria con "el juego de las tres tarjetas". En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. MolinaPortillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

López, A.E. (2013). El juego dirigido y el juego libre como estrategias metodológicas para potenciar las habilidades motrices básicas en niños y niñas del nivel pre-kinder del Jardín Copito de Nieve. Informe Final Título. Punta Arenas.

López-Chao, V.; Mato-Vázquez, D. y Chao-Fernández, R. (2020). Análisis confirmatorio de la estructura factorial de la ansiedad hacia las matemáticas. *Revista de Investigación Educativa*, 38 (1), 221-237.

López-Martín, M. D. M., Batanero, C. y Gea, M. M. (2019). ¿Conocen los futuros profesores los errores de sus estudiantes en la inferencia estadística? *Bolema*, 33(64), 672-693.

Macías, A.V. (2017). La gamificación como estrategia para el desarrollo de la competencia matemática: plantear y resolver problemas. Tesis. Guayaquil: Universidad Casa Grande.

Marchesi, A. y Hernández, C. (Coords). (2003) El fracaso escolar: una perspectiva internacional. Madrid: Alianza.

Maroto, A. (2015). Perfil afectivo-emocional matemático de los maestros de educación primaria. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Valladolid, España.

Martínez, O. J. (2008). Actitudes hacia la matemática. Sapiens, 9(1), 236-256

Martínez, O. J. (2013). Las creencias en la educación matemática. Educere, 17(57), 235-243.

Martínez-Rojas, J. (2008). Las rúbricas en la evaluación escolar: Su construcción y su uso. *Avances en Medición*. 6. 129-138.

MECD, 2015. España. Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de la evaluación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 29 de enero de 2015, núm. 25, pp. 6986-7003.

Masero, I.C., Camacho, M.E. y Vázquez, M.J. (2018). Cómo evaluar conocimientos y competencias en la resolución matemática de problemas en el contexto económico a través de rúbricas. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21(1), 51-64.

Mato, M. D.; Espiñeira, E. y Chao, R. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 32 (1), 57-72.

Mato, M. D. (2014). Aprender para enseñar Matemáticas en Educación Infantil. Madrid: Pearson.

Mato, M. D. (2010). Mejorar las actitudes hacia las matemáticas. Revista galego-portuguesa de psicoloxía e educación, 18(1), 19-32.

Meletiou-Mavrotheris, M. y Prodromou, T. (2016) Pre-Service Teacher Training on Game-Enhanced Mathematics Teaching and Learning. *Tech Know Learn*, 21, 379–399.

Mendivil, G y Ponce, S. (2016). La trayectoria escolar en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, 7(13), 370 - 387.

McLeod, D.B. (1989). Beliefs, attitudes and emotions: new view of affect in mathematics education. En D.B. McLeod y V.M. Adams (Eds.), *Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective* (pp. 245-258). New York: Springer-Verlang

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-598). New York: Macmillan.

Montañés J.; Parra M.; Sánchez T.; López R.; Latorre, J.M.; Blanc, P.; Sánchez, M.J; Serrano, J.P.; Turégano, P. (2000) *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 15, págs. 235-260.

Montejo-Gámez, J. y Amador, M. V. (2019). Concepciones del alumnado de educación secundaria en su primer contacto con la estadística. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

Murillo, F.J. y Hernández-Castilla, R. (2011). Aportaciones de la Mejora y la Eficacia Escolar para la prevención del fracaso. Organización y Gestión Educativa, 5, 16-20.

Muñiz-Rodríguez L., Alonso P., Rodríguez-Muñiz L.J. (2014) El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 39, 19-33.

Muñoz, C. (2014). Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas. Trabajo fin de Grado. Universidad de la Rioja.

Muñoz, J.; Hans, J.A. y Fernández-Aliseda, A. (2019). Gamificación en matemáticas, ¿un nuevo enfoque o una nueva palabra? Épsilon. Revista de Educación Matemática. 101, 29-45.

Muñoz, J. M. y Mato, M. D. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista De Investigación Educativa*, 26(1), 209-226.

N.C.T.M. (National Council of Teachers of Mathematics). (2003). Principios y Estándares para la educación matemática. Sevilla: S.A.E.M. "Thales".

NaomiLordArt (s.f.). Personajes Harry Potter. [Imágenes]. Recuperado de @naomi\_lord en Instagram v Pinterest.

Nilsson, P. (2007). Different ways in which students handle chance encounters in the explorative setting of a dice game. *Educ Stud Math*, 66, 293–315.

Nortes, R. y Nortes, A. (2017) Ansiedad, motivación y confianza hacia las Matemáticas en futuros maestros de Primaria. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las matemáticas*. 95, 77-92.

Nuñez-Peña, M. I.; Suarez-Pellicioni, M. y Bono, R. (2013). Effects of Math Anxiety on Student Success in Higher Education. *International Journal of Educational Research*, 58, 36-43.

Offenholley, K. H. (2012). Gaming Your Mathematics Course: The Theory and Practice of Games for Learning. *Journal of Humanistic Mathematics*, 2(2), 79-92.

Ortega, C. (2013). Las creencias y emociones. Universidad de Cantabria. Vídeo. Última fecha de consulta: 14/06/2020. Recuperado de youtube: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=XpGsPUEUEAo">https://www.youtube.com/watch?v=XpGsPUEUEAo</a>

OECD (2003). The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills.

OECD (2004). Learning for Tomorrow's world: First results from PISA 2003.

Palacios, A.; Arias, V. y Arias, B. (2014). Las actitudes hacia las matemáticas: construcción y validación de un instrumento para su medida. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 67-91.

Pérez-Tyteca, P.; Monje, J. y Castro, E. (2013). Avances de Investigación en Educación Matemática. *AIEM*, 4, 65-82

Pierce, R. y Chick, H. (2011). Reacting to quantitative data: Teachers' perceptions of student achievement reports. En: Clark, J.; Kissane, B.; Mousley, J.; Spencer, T.; Thornton, S. (Ed.). *Mathematics: traditions and [new] practices. Proceedings of the 34th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 631–639). Adelaide, SA: AAMT,

Planas, N. (2012). Teoría, crítica y práctica de la educación matemática. España: GRAÓ.

Play-Explore (s.f). Juegos de Matemáticas: Las mates divertidas. Juegos para aprender matemáticas. Fecha última consulta: 14/06/2020. Recuperado de: <a href="https://www.play-explore.com/pages/juegos-de-matematicas">https://www.play-explore.com/pages/juegos-de-matematicas</a>

Polya, G. (1945), How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

RAE. REAL ACADEMIA ESPAÑOLA: *Diccionario de la lengua española*, 23.ª ed., [versión 23.3 en línea] <a href="https://dle.rae.es">https://dle.rae.es</a>

Ramírez, R. 2019, El juego como tarea de enseñanza: jugar, analizar, rediseñar e inventar *Épsilon. Revista de Educación Matemática*. 101, 47-56.

Rastrollo, P. y Cardeñoso, J.M. (2019). Explorando las ideas en la ESO sobre probabilidad condicionada. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

Rico, L. (2011). El estudio PISA y la evaluación de la competencia matemática. *Matematicalia*, 7(1), 1-12.

Rico, L. y Lupiáñez. J.L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.

Romero L.; Utrilla A. y Utrilla V.M. (2014). Las actitudes positivas y negativas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, su impacto en la reprobación y la eficiencia terminal. *Ra Ximhai*, 10(5), 291-319.

Ruiz-Hidalgo, J. F. y Serrano, L. (2015). Sentido estocástico. En P. Flores y L. Rico (coords.). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria (pp. 169-184). Madrid: Pirámide.

Salinas, D. (2002) ¡Mañana examen! La evaluación: entre la teoría y la realidad. Barcelona: GRAÓ.

Salvador, A. (s.f.). El juego como recurso didáctico. Universidad Politécnica de Madrid. Última fecha de consulta: 14/06/2020. Recuperado de youtube:

http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Juego.pdf

Sánchez, C. y Casas, L. M. (1998). Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas. Madrid: MEC.

Serradó, A.; Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2006). La caracterización escolar de la noción de probabilidad en los libros de texto de la ESO. *Tabirya: Revista de Investigación e innovación educativa*, 91-112.

Serrano, L.; Batanero, C.; Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J. (2001). Concepciones de los alumnos de secundaria sobre modelos probabilíticos en las secuencias de resultados aleatorios. *Suma*, 36, 23-32.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.

Smith, E. y Kosslyn, S. (2007). *Cognitive psychology: Mind and brain* (1<sup>st</sup>. ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall

Smith M. S. y Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344-350.

Stein, M. K.; Grover, B. W. y Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488.

Stoehr, K.J. (2017) Building the wall brick by brick: one prospective teacher's experiences with mathematics anxiety. *J Math Teacher Educ*, 20, 119–139.

Tamayo, C. (2008). El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. Taller realizado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

Torre, E. y Mato, M. D. (2009). Ansiedade e rendemento en matemáticas. *Revista Galega do Ensino*, 56, 73-77.

Tough, P. (2012) "How children succeed. Grit, curiosity and the hidden power of character". Houghton Mifflin Harcourt.

Tyson, N. (2001). Fear of numbers. *Natural History*, 110(10), 30-32.

Vásquez, C. y Alsina, Á. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23

Vásquez, C. y Alsina, A. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 23(1).

Vásquez, C.; Pincheira, N. y Díaz-Levicoy, D. (2019). Tareas matemáticas presentes en los libros de texto chilenos para promover el aprendizaje de la estadística y la probabilidad en la educación primaria. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso International Virtual de Educación Estadística*.

Vásquez, C., Pincheira, N., Piñeiro, J.L. y Díaz-Levicoy, D. (2019). ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde los libros de texto para la Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(65), 1133-1154.

Vila, A. y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. España: Narcea Ediciones.

Villamizar, G.; Araujo, T. Y., y Trujillo Calderón, W. J. (2020). Relación entre ansiedad matemática y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de secundaria. *Ciencias Psicológicas*, 14(1).

Villela J. (2004) El conocimiento profesional de los docentes de Matemáticas en relación con la selección y uso de libros de texto en la clase de geometría para alumnos de 12-14 años. Tesis Doctoral. Huelva, Universidad de Huelva.

Vizcaíno, A. E.; Manzano, M. M. y Casas, C. G. (2015). Validez de constructo y confiabilidad del cuestionario de creencias epistemológicas sobre la matemática en alumnos de secundaria básica. Revista Colombiana de Psicología, 24(2), 301-316.

Williams, L. y Gómez-Chacón, I.M. (2007) *Sistema de creencias sobre las matemáticas en alumnos de secundaria*. Revista complutense de educación, 18(2). 125-143.

## A. Contenidos curriculares

## A.1. Contenidos y estándares de aprendizaje: Estadística

2º ESO
Tablas de frecuencias.
Gráficos: diagramas de barras y de sectores.
Medidas de tendencia central (media, moda y mediana).
Medidas de dispersión (desviación típica y varianza).

<b>3º ESO</b> ACADÉMICAS Y APLICADAS
Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.
Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra.
Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.
Gráficas estadísticas.
Parámetros de posición. Parámetros de dispersión. Cálculo, interpretación y propiedades.
Diagrama de caja y bigotes.
Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.

3º ESO ACADÉMICAS Y APLICADAS Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables				
Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.	Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.	Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.		
1.1. Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.	2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y	3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.		
<ul><li>1.2. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.</li><li>1.3. Distingue entre variable cualitativa,</li></ul>	cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.	3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular		
cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.	2.2. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y	parámetros de tendencia central y dispersión.		
1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.	con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.	3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.		
1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.				

### A.2. Contenidos y estándares de aprendizaje: Probabilidad

#### 2º ESO

Fenómenos deterministas y aleatorios.

Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.

Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación.

Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.

Espacio muestral en experimentos sencillos.

Tablas y diagramas de árbol sencillos.

Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos

#### **3º ESO** ACADÉMICAS

Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.

Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.

Diagramas de árbol sencillos.

Permutaciones. Factorial de un número.

Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.

#### **4º ESO** APLICADAS

Azar y probabilidad. Frecuencia de un suceso aleatorio

Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.

Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes. Diagrama en árbol.

#### 3° ESO

#### **ACADÉMICAS**

#### Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.

- 4.1. Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.
- 4.2. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- 4.3. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.
- 4.4. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre

#### 4º ESO **APLICADAS** Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de Calcular probabilidades simples y compuestas para resolver situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e problemas de la vida cotidiana, utilizando la regla de interpretando informaciones que aparecen en los medios de Laplace en combinación con técnicas de recuento como los diagramas de árbol y las tablas de contingencia comunicación. 3.1. Calcula la probabilidad de sucesos con la regla de 1.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones Laplace y utiliza, especialmente, diagramas de árbol o tablas relacionadas con el azar y la estadística. de contingencia para el recuento de casos. 3.2. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos 1.2. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de en los que intervengan dos experiencias aleatorias experimentos aleatorios y simulaciones. simultáneas o consecutivas. 1.3. Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos y parámetros estadísticos. 1.4. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.

## B. Ficha de actividad: modelo

Nombre actividad:	Unidad:
Tipo de juego:	Curso:
Nivel demanda cognitiva:	Duración total:
Contenidos	
Objetivos / Estándares de aprendizaje	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	
Material, descripción y reglas del juego	
Desarrollo de la actividad	Temporalización, materiales, estructuración del grupo y observaciones
Cierre de la actividad	
Evaluación	

### C. Fichas de ejercicios

### C.1. Ficha de ejercicios: Estadística

#### FICHA PREGUNTAS

Juego: Estudios de Hogwarts

#### Explicación:

En esta ficha tenéis varias preguntas que relacionan el juego y la información que ofrecen sus resultados para vuestros *estudios de Hogwarts*.

Leed, jugad, pensad en grupo y responded a las preguntas.

"Las palabras son, en mi tan humilde opinión, nuestra más inagotable fuente de magia, capaces de infringir daño y de remediarlo".

Debatid, argumentad y disfrutad del estudio. Si necesitáis más espacio, usad una hoja a parte indicando bien a que pregunta estáis respondiendo. En el espacio de la derecha, tenéis que pensar si el contenido o concepto estadístico al que hace referencia la pregunta ya lo habéis visto en cursos anteriores y en tal caso, poned a qué os recuerda.

"Son nuestras elecciones, Harry, las que muestran quienes somos, mucho más que nuestras habilidades" Albus Dumbledore

Preguntas	Contenido
1. ¿Cuántos datos vamos a tener al final del juego? ¿Cómo podríamos calcular el número de resultados totales haciendo uso del gráfico que hemos creado entre toda la clase de Hogwarts?	
2. ¿Cuál es el mayor resultado que se podría obtener? ¿Y el que menos?	
3. ¿Con qué tipo de variable trabajamos? ¿Qué tipo de datos no podrían salir en este estudio? Argumenta tu respuesta con ejemplos concretos.	
4. ¿Qué opináis del número de datos totales que hemos cogido para este estudio? ¿Se podrían haber cogido más? ¿Por qué? ¿Qué pasaría si solo tomásemos los resultados tomados en una mesa? ¿Y de dos? ¿Se considerarían que son conjuntos representativos?	

5. En la pizarra hemos registrado los datos, pero ¿se os ocurre alguna otra manera de organizar toda la información que nos sea útil en el estudio?	
6. ¿Cuántas veces ha salido el número siete? ¿Cuál es el valor del estudio que menos veces ha salido?	
7. ¿Cuál es el valor del estudio que más veces ha salido?	
8. ¿Qué porcentaje se podría asociar a cada valor del estudio?	
9. Imagínate que la suma total de todos los resultados la repartiéramos por igual. ¿Cuál crees que sería el valor de cada uno de los datos?	
10. Toma sólo los resultados obtenidos en tu mesa. ¿Cuál sería el resultado que ocupa la posición central? Ahora inténtalo hacer con los resultados de la pizarra. ¿Cómo se te ocurre hacerlo?	
11. ¿En qué ejercicios habéis hecho uso del gráfico de la pizarra para dar vuestras respuestas? ¿Qué tipo de gráfico es? ¿Qué podríais predecir del gráfico y relacionando los valores obtenidos en las preguntas anteriores? ¿Cómo podríamos integrar y valorar esta información en el contexto concreto?	
12. ¿Podríais describir la relación que existe entre las fases del estudio y lo realizado en el juego?	

# C.2. Ficha de ejercicios: Probabilidad

FICHA PREGUNTAS				
	Juego: <b>Carta allí, carta allá</b>			
Explic	ación:			
	ficha tienes una serie de preguntas que relacionan tu experiencia jugando con los conceptos propios del tema abilidad. Intenta rellenarla con lo que te acuerdes del año pasado y con lo que has recordado gracias al juego.			
Juego	1: ¿Qué carta soy? (Espacio muestral, sucesos y tipo de sucesos).			
1.	Según tu experiencia, pon dos ejemplos que consideres los mejores para esta pregunta (tu estrategia):			
	¿Mi carta está dentro del suceso ""?			
	I.			
	2.			
2.	Si la respuesta a ¿Mi carta puede salir al mismo tiempo que sacar ""? ES UN SÍ			
	Estos dos sucesos se llaman:  a) Compatibles  b) Seguros  c) Dependientes			
	Pon un ejemplo de dos tipos de sucesos que cumplan la opción elegida			
3.	Si la respuesta a ¿Mi carta puede salir al mismo tiempo que sacar ""? ES UN NO			
	Estos dos sucesos se llaman:			
	a) Independientes b) Incompatibles			
	c) Imposibles			
	Pon un ejemplo de dos tipos de sucesos que cumplan la opción elegida			
4.	Redondea la opción que consideres:  Sacar "mi carta" es un suceso elemental / suceso compuesto / no tengo ni idea del experimento "sacar una carta de la baraja".			
5.	¿Cuál es la probabilidad de qué me salga una carta? ¿Cuál es la probabilidad de qué me salga la misma carta en una segunda partida?			

#### Juego 2: ¿Qué cartas tengo? (Cálculo de probabilidades).

- 1. Si tuvieses la siguiente combinación de cartas:
  - 5 de copas, 7 de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas
  - 1.1. ¿Qué respuesta darías a estas afirmaciones?
  - "Es muy probable que haya un número primo": SÍ / NO
  - "Es poco probable que haya un número menor que 6": SÍ/NO
  - "Es mucho más probable que haya un número impar que un número par": SÍ / NO
  - 1.2. ¿Encuentras alguna dificultad a la hora de dar respuesta a estas afirmaciones? ¿Por qué?
  - 1.3. ¿Cómo expresarías formalmente la probabilidad de tener una figura?
  - 1.4. ¿Cuál sería la probabilidad de tener un siete? ¿Cuál sería la probabilidad de tener una carta de copas?
  - 1.5. ¿Tendría sentido decir que la probabilidad de sacar un número par es 2? ¿Por qué?

### C.3. Ficha de ejercicios solución: Estadística

#### FICHA RESPUESTAS

Juego: Estudios de Hogwarts

#### Explicación:

En esta ficha tenéis varias preguntas que relacionan el juego y la información que ofrecen sus resultados para vuestros *estudios de Hogwarts*. Leed, jugad, pensad en grupo y responded a las preguntas.

"Las palabras son, en mi tan humilde opinión, nuestra más inagotable fuente de magia, capaces de infringir daño y de remediarlo"

Debatid, argumentad y disfrutad del estudio. Si necesitáis más espacio, usad una hoja a parte indicando bien a que pregunta estáis respondiendo.

En el espacio de la derecha, tenéis que pensar si el contenido o concepto estadístico al que hace referencia la pregunta ya lo habéis visto en cursos anteriores y en tal caso, poned a qué os recuerda.

"Son nuestras elecciones, Harry, las que muestran quienes somos, mucho más que nuestras habilidades" Albus Dumbledore

Preguntas	Contenido
<ol> <li>¿Cuántos datos vamos a tener al final del juego? ¿Cómo lo habéis calculado? ¿Cómo podríamos calcular el número de resultados totales haciendo uso del gráfico que hemos creado entre toda la clase de Hogwarts?</li> <li>Sabiendo el número de alumnos en clase, se puede sacar el número de datos totales que vamos a tener al final del juego. Con el gráfico se podrían sumar todos los datos de la pizarra, pero es más sencillo sumar por "barras".</li> </ol>	N: tamaño del estudio
2. ¿Cuál es el mayor resultado que se podría en una partida del juego? ¿Y el que menos? En este caso tendrán que hacer uso de las puntuaciones del juego para responder la mayor y la menor que se puede obtener. Es posible que nadie haya alcanzado esos resultados y por lo tanto no aparecerán en el gráfico creado, pero se deben de tener en cuenta.	Rango del estudio
3. ¿Con qué tipo de variable trabajamos? ¿Qué tipo de datos no podrían salir en este estudio? Argumenta tu respuesta con ejemplos concretos.  Todos los datos son números naturales. No podrían salir datos fuera del rango, ni datos que sean de tipo cuantitativo continuo o cualitativos.	Variable cuantitativa discreta
4. ¿Qué opináis del número de datos totales que hemos cogido para este estudio? ¿Se podrían haber cogido más? ¿Por qué? ¿Qué pasaría si solo tomásemos los resultados tomados en una mesa? ¿Y de dos? ¿Se considerarían que son conjuntos representativos?	Población y muestra

En esta pregunta seguramente se encuentre una amplia variedad de respuestas. Se valorará sobre todo el razonamiento y los motivos que hayan pensado. La idea es ver todos los resultados como población, y si tomamos cada una de las mesas por separado, no será una muestra lo suficientemente representativa. Además, tomar los resultados en conjunto como población tampoco es muy fiable podrían haber salido otros resultados y cambiaría el estudio. Se podría considerar a la vez una muestra y cuanto más grande fuese, más información fiable se podría obtener. Poner ejemplos más concretos para facilitar la visualización. Introducir ideas de inferencia y muestreo.	
5. En la pizarra hemos registrado los datos, pero ¿se os ocurre alguna otra manera de organizar toda la información que nos sea útil en el estudio? Se busca que realicen una tabla de frecuencias, pero se puede dar la posibilidad de que nos sorprendan.	Tabla de frecuencias
6. ¿Cuántas veces ha salido el número siete? ¿Cuál es el valor del estudio que menos veces ha salido?  Mirar el gráfico para dar respuesta.	Frecuencias absolutas
Marcar la diferencia entre valores del estudio y la frecuencia del valor del estudio.	
7. ¿Cuál es el valor del estudio que más veces ha salido?	Moda
Mirar el gráfico para dar respuesta.	
Marcar la diferencia entre valores del estudio y la frecuencia del valor del estudio. La moda se refiere al valor del estudio, no hay que dar como respuesta las veces que ha salido.	
8. ¿Qué porcentaje se podría asociar a cada valor del estudio?  Se podría ir sacando cada uno gracias a las frecuencias que se ven en el gráfico y sabiendo el número total de datos que hay. Este apartado y las diferentes formas de dar respuesta nos puede dar mucha información sobre si relacionan porcentajes con las frecuencias relativas, si para sacarlos tienen en cuenta el número total de datos, etc.  Si han realizado anteriormente la tabla de frecuencias, si saben que los % son las frecuencias relativas, les facilitará un montón el trabajo.	Frecuencias relativas
9. Imagínate que la suma total de todos los resultados la repartiéramos por igual. ¿Cuál crees que sería el valor de cada uno de los datos?	Media
Es posible que lo hagan "a ojo". Será muy interesante comprobar cuántos grupos lo asocian con la definición de media.	
10. Toma sólo los resultados obtenidos en tu mesa. ¿Cuál sería el resultado que ocupa la posición central? Ahora inténtalo hacer con los resultados de la pizarra. ¿Cómo se te ocurre hacerlo?	Mediana

Aquí habrá que ver si se dan cuenta de que hay que poner en orden ascendentes los números, si no, seguramente no tenga sentido el resultado. Ver con qué problemas se han encontrado al realizarlo con un gran número de datos. Aquí se verá la utilidad de hacer uso de la tabla de frecuencias para calcularlo. 11. ¿En qué ejercicios habéis hecho uso del gráfico de la pizarra para dar vuestras respuestas? ¿Qué tipo de gráfico es? ¿Qué podríais predecir del gráfico y relacionando Gráfico de barras los valores obtenidos en las preguntas anteriores? ¿Cómo podríamos integrar y valorar esta información en el contexto concreto? Leer detrás y más allá de los datos Aquí seguramente hayan hecho uso del gráfico en todos, o es posible que si han construido la tabla de frecuencias se hayan apoyado en ella para dar algunas respuestas. Tienen que comprender que el gráfico de barras nos va a ayudar a hacernos una primera idea de los resultados de nuestro estudio, pero debemos de apoyarnos en otros tipos de gráficos y en la tabla para poder profundizar en el análisis. Será interesante conocer como dan sentido al gráfico en el contexto de Hogwarts y las posibles predicciones e inferencias relacionadas con los datos (imaginación). 12. ¿Podríais describir la relación que existe entre las fases del estudio y lo realizado en el Fases del estudio: juego? - Elección y Deben de darse cuenta de que el juego únicamente nos ha servido para obtener los resultados recogida datos (los datos) con los que hemos realizado el estudio. El primer paso es determinar la finalidad - Organización del estudio, la elección de la variable a estudiar y la recogida de datos, después podremos - Representación organizar las frecuencias de los valores del estudio y hacer una representación gráfica para gráfica hacernos una idea de las características de la población, después ya podremos hacer un análisis - Análisis e e interpretación de los datos a través de parámetros de centralización (y dispersión, aunque en interpretación esta actividad no los hayamos trabajado) y sacar conclusiones con toda la información - Conclusiones recabada.

### C.4. Ficha de ejercicios solución: Probabilidad

### FICHA RESPUESTAS Juego: Carta allí, carta allá Explicación: En esta ficha tienes una serie de preguntas que relacionan tu experiencia jugando con los conceptos propios del tema de probabilidad. Intenta rellenarla con lo que te acuerdes del año pasado y con lo que has recordado gracias al juego. Juego 1: ¿Qué carta soy? (Espacio muestral, sucesos y tipo de sucesos). 1. Según tu experiencia, pon dos ejemplos que consideres los mejores para esta pregunta (tu estrategia): ¿Mi carta está dentro del suceso "\_\_\_\_\_"? Con las respuestas que den podemos comprobar si asocian suceso con un conjunto de cartas, con todas las posibilidades o con una carta solo. Además, podremos asociar sus estrategias con diferentes probabilidades dependiendo del número de posibilidades que tenga cada suceso. Poner estos sucesos en forma de subconjuntos del espacio muestral para ver si la carta está dentro. 2. Si la respuesta a ¿Mi carta puede salir al mismo tiempo que sacar "? ES UN SÍ Estos dos sucesos se llaman: d) Compatibles e) Seguros f) Dependientes Pon un ejemplo de dos tipos de sucesos que cumplan la opción elegida Introducir y diferenciar los diferentes tipos de sucesos que podemos encontrar. Poner ejemplos que marquen bien la diferencia. También incluir definición de suceso complementario. 3. Si la respuesta a ¿Mi carta puede salir al mismo tiempo que sacar "? ES UN NO Estos dos sucesos se llaman: d) Independientes e) Incompatibles *Imposibles* Pon un ejemplo de dos tipos de sucesos que cumplan la opción elegida Introducir y diferenciar los diferentes tipos de sucesos que podemos encontrar. Hay que recordar tener en cuenta que un suceso por si mismo no es incompatible, sino que se necesitan dos sucesos para decir que son incompatibles. Esto no ocurre con suceso imposible, por ejemplo. Marcar bien la diferencia entre incompatibles e independientes. También incluir definición de suceso complementario. Si dos sucesos son complementarios, entonces son incompatibles, pero dos sucesos incompatibles no tienen por qué ser complementarios. **4.** Redondea la opción que consideres: Sacar "mi carta" es un suceso elemental / suceso compuesto / no tengo

Definiciones de suceso elemental y compuesto. Poner ejemplos.

ni idea del experimento "sacar una carta de la baraja".

**5.** ¿Cuál es la probabilidad de qué me salga una carta? ¿Cuál es la probabilidad de qué me salga la misma carta en una segunda partida?

Espacio muestral del experimento. Probabilidad de un suceso elemental. Falacia del jugador.

#### Juego 2: ¿Qué cartas tengo? (Cálculo de probabilidades).

**6.** Si tuvieses la siguiente combinación de cartas:

5 de copas, 7 de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas

a. ¿Qué respuesta darías a estas afirmaciones?

"Es muy probable que haya un número primo": SÍ/NO

"Es poco probable que haya un número menor que 6": SÍ / NO

"Es mucho más probable que haya un número impar que un número par": SÍ / NO Las respuestas a estas preguntas nos darán una idea de si utilizan de una manera razonable el lenguaje natural

b. ¿Encuentras alguna dificultad a la hora de dar respuesta a estas afirmaciones? ¿Por qué? Se encontrarán seguramente dudas a la hora responder ya que podrán decir que por poco no son iguales. No es del todo preciso. Indicar dos significados de la probabilidad: intuitivo, clásico e introducir la idea de frecuencial. Poner ejemplos. Probabilidad como normalización de nuestras creencias.

c. ¿Cómo expresarías formalmente la probabilidad de tener una figura? *Ver si asocian "formalmente" con numéricamente.* 

d. ¿Cuál sería la probabilidad de tener un siete? ¿Cuál sería la probabilidad de tener una carta de copas?

Cálculos sencillos en experimentos aleatorios. Ver cómo dan las probabilidades (intuitiva o fracción o decimal). Probabilidad suceso seguro 1. Probabilidad de suceso imposible.

e. ¿Tendría sentido decir que la probabilidad de sacar un número par es 2? ¿Por qué? Quizás asocien el número de veces (posibilidades favorables) que puede salir una carta, con la probabilidad de que efectivamente salga. Con la probabilidad cuantificamos con una escala en el intervalo [0,1].

# D. Evaluación y autoevaluación

D.1. Evaluación competencial: modelo

Niveles de Logro Indicadores	Requiere mejora	Logro aceptable	Máximo logro
Pensar y razonar	Plantean ideas que están fuera de contexto	Plantean ideas y reconocen conceptos sobre los hechos concretos de este juego	Plantean ideas, reconocen conceptos y cuestiones propias tanto para este juego como para otros contextos relacionados con el tema reflexionando sobre sus limitaciones
Argumentar	Dan por válida la situación sin buscar más allá del simple hecho de jugar	Buscan respuestas y argumentan sus afirmaciones que justifican lo que puede o no ocurrir durante el juego	Buscan respuestas que justifican, argumentan sus afirmaciones y expresan con argumentos matemáticos los sucesos del juego
Comunicar	No comprenden lo que se pide, por lo que no expresan las ideas que responden al problema	Entienden las indicaciones dadas tanto de manera escrita como orales por parte del profesor y compañeros	Entienden y saben expresarse de manera oral y escrita de modo que sus compañeros y el profesor comprende lo que quieren transmitir
Modelar	No encuentran relación entre el juego y los contenidos matemáticos	Identifican y relacionan los contenidos matemáticos con este juego concreto	Identifican, relacionan y modelizan matemáticamente los contenidos puestos en juego
Plantear y resolver problemas	Hace uso de algunos materiales, dibujos, esquemas u operaciones para plantear y resolver problemas sin mucha coherencia	Usa conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para plantear y resolver problemas con coherencia en el proceso seguido	Usa conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para plantear y resolver problemas coherentes y justifica los pasos seguidos en el proceso
Representar	No consiguen representar adecuadamente las ideas matemáticas que se piden	Hacen uso de algún sistema de interpretación válidos para organizar la información	Hacen uso de algún sistema de interpretación y son capaces de extraer información y analizarla correctamente
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones	No comprenden la relación entre lenguaje natural y el simbólico y formal	Relacionan el lenguaje natural con el lenguaje simbólico y formal	Relacionan y son capaces de expresar sus ideas iniciales a través del lenguaje simbólico y formal

## D.2. Autoevaluación: modelo

Indicadores	A	В	С
Recurso/juego Elegido	No me ha convencido este juego	Me ha gustado la elección del juego	Me ha gustado el juego y he disfrutado jugando
Utilidad recurso/juego	No considero que sea una forma adecuada para extraer conclusiones sobre los contenidos matemáticos ya que no encuentro una relación directa	Comprendo la relación que tiene los contenidos matemáticos, pero no considero que sea una buena herramienta de aprendizaje	Comprendo la relación y me ha servido para ampliar mis conocimientos pudiendo utilizarlos en otras situaciones
Reflexiones en grupo	El grupo no funcionó en conjunto y el juego no daba resultados / El grupo no quería poner en común las reflexiones	Se sacaban reflexiones sobre el juego y se ponían en común, pero costaba ponerse de acuerdo para llevarlas a cabo	Se han sacado buenas reflexiones sobre el juego en conjunto, respetando las opiniones de los compañeros y llegando a un fin común
Trabajo en grupo	No me convence tener que trabajar en grupo, prefiero hacerlo de manera individual	Me gusta trabajar en equipo, pero no he conectado con este grupo en concreto	Me gusta trabajar en grupo y me he adaptado bien al funcionamiento del mismo
Implicación y participación	No he participado y aportado todo lo que podía/sabía	He intentado aportar siempre que mi grupo lo solicitaba	Tenía la iniciativa de aportar y participar durante todo el tiempo de juego
Interés	No me parece interesante este tema	La actividad ha generado en mí cierto interés sobre el tema	Me ha parecido un tema bastante interesante y me gustaría conocer más sobre el contenido
Creencias	Tenía recuerdos muy diferentes sobre el tema	Lo que he vivido con esta actividad sólo me ha hecho recordar conceptos que ya sabía	He recordado conceptos que ya sabía, pero ahora tengo otra visión más amplia sobre los diferentes significados
Contenido	Siempre me ha parecido difícil y no he cambiado de idea/Siempre me ha parecido fácil y no he cambiado de idea	Siempre me ha parecido fácil y esta actividad me ha liado un poco	Siempre me ha parecido difícil este tema, pero creo que a partir de ahora me va a resultar más fácil
¿Cómo me he sentido?	No me he sentido cómodo con el grupo o con el juego/ Hoy no es mi día	Bien. Sin más	Me he sentido cómodo/a y he disfrutado en general

# D.3. Evaluación competencial: Estadística

Rúbrica competencias: Estudios de Howgarts			
Niveles de Logro Indicadores	Requiere mejora	Logro aceptable	Máximo logro
Pensar y razonar (4)	Plantean ideas sobre población y muestra que están fuera de contexto	Plantean ideas y distinguen entre la población y la muestra para este juego concreto	Plantean ideas, distinguen entre la población y la muestra valorando adecuadamente la representatividad
Argumentar (2, 3)	Dan por válida la situación sin buscar más allá del simple hecho de jugar (no diferencian ni los distintos tipos de variables ni los diferentes valores que puede tomar)	Buscan respuestas y argumentan sus afirmaciones que justifican los valores que puede tomar la variable	Buscan respuestas y argumentan sus afirmaciones que justifican los valores que puede tomar la variable y distinguen los tipos de variables
Comunicar (12)	No encuentran la relación del juego con las fases de un estudio estadístico	Entienden la relación entre el juego y las fases de un estudio, pero no saben expresar correctamente sus ideas	Entienden y saben expresarse las fases y tareas que relacionan el juego con un estudio estadístico (con orden lógico)
Modelar (5, 6, 8)	No encuentran relación entre las frecuencias y los resultados del juego	Identifican y relacionan las frecuencias con los resultados del juego	Identifican, relacionan y elaboran una tabla de frecuencias correctamente para organizar la información
Plantear y resolver problemas (7,9,10)	Hacen uso de algunos materiales, dibujos, esquemas u operaciones para plantear los parámetros de centralización sin mucha coherencia	Usan conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para plantear y calcular los parámetros justificando los pasos seguidos en el proceso (al menos 2 de ellos)	Usa conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para plantear y calcular los parámetros justificando los pasos seguidos en el proceso y los relacionan con sus correspondientes parámetros de centralización (al menos 2 de tres)
Representar (1, 11)	No consiguen identificar el gráfico con un diagrama de barras	Hacen uso de la representación gráfica para organizar la información y responder a las preguntas	Hacen uso de la representación gráfica y son capaces de extraer información y analizarla correctamente, leyendo más allá y/o detrás de los datos
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones	No comprenden la relación entre las definiciones y los conceptos estadísticos	Relacionan las definiciones con al menos la mitad de los conceptos estadísticos haciendo uso de un lenguaje simbólico, formal o técnico	Relacionan las definiciones con al menos ocho de los conceptos estadísticos haciendo uso de un lenguaje simbólico, formal o técnico

## D.4. Autoevaluación: Estadística

Rúbrica autoevaluación: Estudios de Hogwarts					
Indicadores	A	В	С		
Recurso/juego Elegido	No me ha convencido este juego	Me ha gustado la elección del juego	Me ha gustado el juego y he disfrutado jugando		
Utilidad recurso/juego	No considero que sea una forma adecuada para extraer conclusiones sobre los contenidos matemáticos ya que no encuentro una relación directa	Comprendo la relación que tiene los contenidos matemáticos, pero no considero que sea una buena herramienta de aprendizaje	Comprendo la relación y me ha servido para ampliar mis conocimientos pudiendo utilizarlos en otras situaciones		
Reflexiones en grupo	El grupo no funcionó en conjunto y el juego no daba resultados / El grupo no quería poner en común las reflexiones	Se sacaban reflexiones sobre el juego y se ponían en común, pero costaba ponerse de acuerdo para llevarlas a cabo	Se han sacado buenas reflexiones sobre el juego en conjunto, respetando las opiniones de los compañeros y llegando a un fin común		
Trabajo en grupo	No me convence tener que trabajar en grupo, prefiero hacerlo de manera individual	Me gusta trabajar en equipo, pero no he conectado con este grupo en concreto	Me gusta trabajar en grupo y me he adaptado bien al funcionamiento del mismo		
Implicación y participación	No he participado y aportado todo lo que podía/sabía	He intentado aportar siempre que mi grupo lo solicitaba	Tenía la iniciativa de aportar y participar durante todo el tiempo de juego		
Interés	No me parece interesante este tema	La actividad ha generado en mí cierto interés sobre la estadística	Me ha parecido un tema bastante interesante y me gustaría conocer más sobre la estadística		
Creencias	Tenía recuerdos muy diferentes sobre el tema	Lo que he vivido con esta actividad sólo me ha hecho recordar conceptos que ya sabía	He recordado conceptos que ya sabía, pero ahora tengo otra visión más amplia sobre los diferentes significados		
Contenido	Siempre me ha parecido difícil y no he cambiado de idea/Siempre me ha parecido fácil y no he cambiado de idea	Siempre me ha parecido fácil y esta actividad me ha liado un poco	Siempre me ha parecido difícil este tema, pero creo que a partir de ahora me va a resultar más fácil		
¿Cómo me he sentido?	No me he sentido cómodo con el grupo o con el juego/ Hoy no es mi día	Bien. Sin más	Me he sentido cómodo/a y he disfrutado en general		

# D.5. Evaluación competencial: Probabilidad

Rúbrica competencias: Carta aquí, carta allá					
Niveles de Logro Indicadores	Requiere mejora 0	Logro aceptable 0.5	Máximo logro 1		
Comunicar (1)	No encuentra la relación del juego y la forma de expresarlo como un suceso	Solo expresa el sacar su carta como el suceso de tener una única carta	Entiende y sabe expresar los sucesos eligiendo diferentes estrategias		
Pensar y razonar (2,3)	Plantean ideas sobre los tipos de sucesos que no tienen coherencia	Plantea ideas y distingue un tipo de suceso con el juego/ Distingue los tipos de sucesos, pero no da ejemplos coherentes	Plantea ideas, distingue los tipos de sucesos y describe ejemplos válidos		
Pensar y razonar (4,5)	No sabe la diferencia entre suceso elemental o suceso compuesto/ No sabe calcular la probabilidad de sacar una carta	Considera que es un suceso elemental y sabe calcular la probabilidad	Considera que es un suceso elemental y sabe calcular la probabilidad, además tiene en cuenta que la probabilidad es la misma al iniciar el experimento		
Argumentar (a, b)	Da por válida la situación sin buscar más allá del simple hecho de jugar y responder (no tiene en cuenta o no encuentra dificultades de hacer uso del significado intuitivo)	Busca respuestas y argumenta sin mucha precisión en sus afirmaciones que justifican las dificultades de hacer uso del lenguaje intuitivo	Buscan respuestas y argumentan con precisión en sus afirmaciones que justifican las dificultades de hacer uso del lenguaje intuitivo		
Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones (c, d, e)	No comprende la relación entre las valoraciones cualitativas y cálculos intuitivos con los cálculos formales (Laplace)	Realiza correctamente el cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace	Realiza correctamente el cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace teniendo en cuenta los valores que puede tomar la probabilidad		

## D.6. Autoevaluación: Probabilidad

Rúbrica autoevaluación: Carta aquí, carta allá					
Indicadores	A	В	С		
Recurso/juego elegido	No me ha convencido este juego	Me ha gustado la elección del juego	Me ha gustado el juego y he disfrutado jugando		
Utilidad recurso/juego	No considero que sea una forma adecuada para extraer conclusiones sobre los contenidos matemáticos ya que no encuentro una relación directa	Comprendo la relación que tiene los contenidos matemáticos, pero no considero que sea una buena herramienta de aprendizaje	Comprendo la relación y me ha servido para ampliar mis conocimientos pudiendo utilizarlos en otras situaciones		
Reflexiones en grupo	El grupo no funcionó en conjunto y el juego no daba resultados / El grupo no quería poner en común las decisiones	Se sacaban reflexiones sobre el juego y se ponían en común, pero costaba ponerse de acuerdo para tomar las decisiones	Se han sacado buenas reflexiones sobre el juego en conjunto, respetando las opiniones de los compañeros y llegando a tomar buenas decisiones		
Trabajo en grupo	No me convence tener que trabajar en grupo, prefiero hacerlo de manera individual	Me gusta trabajar en equipo, pero no he conectado con este grupo en concreto	Me gusta trabajar en grupo y me he adaptado bien al funcionamiento del mismo		
Implicación y participación	No he participado y aportado todo lo que podía/sabía	He intentado aportar siempre que mi grupo lo solicitaba	Tenía la iniciativa de aportar y participar durante todo el tiempo de juego		
Interés	No me parece interesante este tema	La actividad ha generado en mí cierto interés sobre la probabilidad	Me ha parecido un tema bastante interesante y me gustaría conocer más sobre la probabilidad		
Creencias	Tenía recuerdos muy diferentes sobre el tema	Lo que he vivido con esta actividad sólo me ha hecho recordar conceptos que ya sabía	He recordado conceptos que ya sabía, pero ahora tengo otra visión más amplia sobre los diferentes significados		
Contenido	Siempre me ha parecido difícil y no he cambiado de idea/Siempre me ha parecido fácil y no he cambiado de idea	Siempre me ha parecido fácil y esta actividad me ha liado un poco	Siempre me ha parecido difícil este tema, pero creo que a partir de ahora me va a resultar más fácil		
¿Cómo me he sentido?	No me he sentido cómodo con el grupo o con el juego/ Hoy no es mi día	Bien. Sin más	Me he sentido cómodo/a y he disfrutado en general		

### E. Formulario de la experiencia

#### https://forms.gle/TcVZJBZmxTk2JKCDA

#### Experiencia del taller de juegos matemáticos Edad: 1. Considero que estaba haciendo matemáticas mientras jugábamos 2 3 5 a los juegos de mesa 2. Aprendí matemáticas mientras jugábamos a los juegos de mesa 3. Tuve una actitud más relajada en clase mientras jugábamos 3 5 4. Los juegos me parecen un buen recurso a incluir en las clases de 3 matemáticas 5. Me siento motivado en clase de matemáticas si se hace uso de este 2 ¿Qué te pareció la experiencia de realizar un taller de juegos en clase de matemáticas?

¿Qué nota le pondrías a la experiencia de juegos matemáticos del 0 al 10?

¿Crees que sirve de algo jugar en clase de matemáticas?

**Observaciones.** En este apartado siéntete libre de expresar lo que quieras. Algo que aclarar de algún ítem anterior, explicar cómo te sentiste el día que se realizó el taller de matemáticas o lo que te apetezca que consideres que tenga relación.





Fotos de la experiencia en un taller de juegos. CEPA Oporto. 2020

El siguiente vídeo recoge un resumen de la experiencia: <a href="https://view.genial.ly/5ee76ed36d15dc0d08cd3a86/video-presentation-taller-de-juegos-matematicos">https://view.genial.ly/5ee76ed36d15dc0d08cd3a86/video-presentation-taller-de-juegos-matematicos</a>

## F. Material para la actividad

En la siguiente hoja se encuentran las cartas con las imágenes de los personajes de Harry Potter (NaomiLordArt, s.f.) para la actividad de Estadística. En el caso de imprimirlas, se tiene que hacer a una cara para después poder recortarlas sin que se solapen.



Ron



Lord Voldemort



Snape



Ron



Ron



Ron



Ron



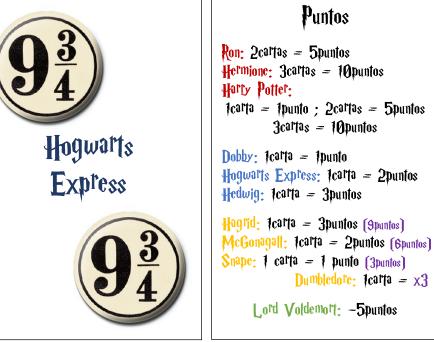
Hermione

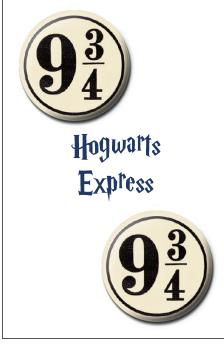


Hermione











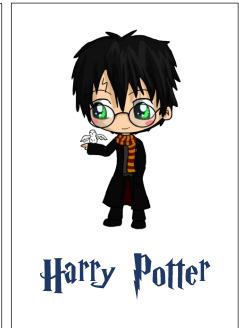








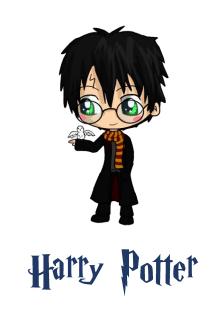














Hermione



Hermione



Hermione



Dumbledore



Dumbledore



Dumbledore



McGonagall



McGonagall



Snape



Hagrid



Hagrid



Hagrid